

FLEXION DES PIEUX SOUS SEISME : UNE APPROCHE SIMPLIFIEE POUR LA PRISE EN COMPTE DES EFFETS CINEMATQUES

PILES BENDING DURING EARTHQUAKE : A SIMPLIFIED APPROACH TO CONSIDER KINEMATIC EFFECTS

Olivier DAVID¹,

¹ FONDOUEST, Granville, France

RÉSUMÉ – Les effets cinématiques sur un pieu résultent de la déformation du sol au passage des ondes sismiques. Cet article propose une formulation alternative explicite de la période propre et de la courbe $g(z)$ pour le cas général du multicouche. Il en résulte des expressions simples des moments d'interface calculés selon l'approche pseudo-statique pour un pieu traversant des couches épaisses.

ABSTRACT – The kinematic effects on a pile result from the deformation of the soil during the passage of seismic waves. This article proposes an explicit alternative formulation of the natural period and of the $g(z)$ curve for the general case of a multilayer soil. This results in simple expressions of the interface moments calculated according to the pseudo-static approach for a pile crossing thick layers.

1. Introduction

Les effets cinématiques du séisme sur un pieu résultent de la déformation du sol au passage des ondes sismiques. Ils se traduisent par des moments fléchissants qui se cumulent avec ceux induits par les forces d'inertie provenant de l'entraînement de la superstructure par l'onde sismique. Pour les ouvrages à risque normal, leur calcul est requis, selon l'Eurocode 8, pour la justification parasismique des fondations profondes si les conditions suivantes sont réunies :

- ouvrage de catégorie III ou IV
- zone de sismicité 2 ou supérieure
- sol de classe D, E, S1 ou S2 qui contient des couches consécutives dont la rigidité diffère nettement.

Le guide CT38 publié 2017 par l'AFPS définit une méthodologie détaillée pour la prise en compte des effets cinématiques sur les pieux des ouvrages courants qui constitue, en France, la méthode de référence pour traiter les situations usuelles.

La détermination de la déformée du sol en champs libre $g(z)$ constitue la première étape du calcul. Dans le cas général d'un multicouche, le guide expose deux méthodes, la méthode de Rayleigh simplifiée et la méthode de Madera, qui fournissent, par un processus itératif, la période propre du multicouche et une discrétisation de la courbe $g(z)$.

Cet article propose une formulation alternative, simple et explicite, de la période propre ainsi qu'une définition analytique complète de la courbe $g(z)$, exprimée sur chaque couche par une portion de sinusé, pour le cas général du multicouche.

L'équation de $g(z)$ ainsi formulée s'intègre facilement et permet ensuite d'explicitier les moments de flexion dans les pieux aux interfaces du multicouche dans le cas d'un pieu isolé traversant des couches épaisses.

2. Expression alternative de la déformée en champ libre $g(z)$

2.1. Définition du modèle

Le sol est défini par un modèle unidimensionnel constitué d'une succession de n couches homogènes, caractérisées par une épaisseur h_i , un poids volumique ρ_i , et une vitesse V_i ou un module de cisaillement dynamique $G_i = \rho_i V_i^2$. Ce multicouche repose à une profondeur $H = \sum h_i$ sur le substratum sismique, défini par $V_{\text{sub}} \geq 800 \text{ m.s}^{-1}$, au sein duquel le déplacement du sol est négligé.

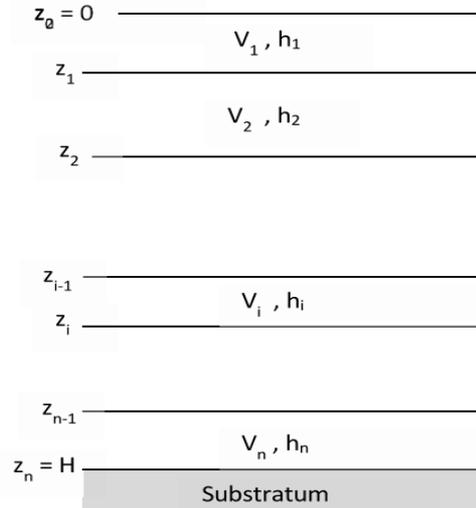


Figure 1. Définition du multicouche.

La déformée $g(z)$ de la colonne de sol est calculée pour le premier mode fondamental en champ libre, ce qui revient à négliger la modification du mouvement sismique due à la présence des fondations. Le mode fondamental est caractérisé par sa période propre T_0 ou sa pulsation propre $\omega_0 = 2\pi/T_0$, fonctions de la hauteur des couches, de leur masse volumique et de leur rigidité. Le déplacement cinématique en surface $d_{\text{max}} = g(0)$ est proportionnel à l'accélération sismique a_{max} , et au carré de la période :

$$d_{\text{max}} = \frac{a_{\text{max}}}{\omega_0^2} \quad (1)$$

Pour rappel, la période propre d'un monocouche s'exprime simplement par :

$$T_0 = \frac{4H}{V} \quad (2)$$

2.2. Expression simplifiée de la période propre du multicouche

2.2.1. Formulation

L'expression proposée est obtenue à partir du déplacement donné par l'intégration du cisaillement $\gamma(z) = -g'(z)$, estimé à partir de la formule approchée de Seed et Idriss (1982) :

$$\gamma = \frac{r_d \cdot \rho \cdot a_{\text{max}} \cdot z}{G} \quad (3)$$

Où $r_d = r_d(z)$ est un coefficient de réduction des contraintes en profondeur découlant de la souplesse des sols. On retiendra ici la forme simplifiée $r_d = 1 - 0,015z$ (z en mètres) pour faciliter l'intégration.

A noter que le coefficient 0,65 de l'équation de Seed et Idriss est ici omis puisqu'on s'intéresse ici à une déformation de pic (Mylonakis, 2001).

En intégrant le cisaillement sur chaque couche et en appliquant de manière forfaitaire un coefficient correcteur fonction de H permettant de recalibrer la période calculée sur la période vraie dans le cas d'un monocouche, on peut exprimer la période propre sous la forme :

$$T_0 = 4 \cdot \sqrt{\frac{\sum_i \left[\frac{1}{V_i^2} (z_i^2 - z_{i-1}^2 - \frac{z_i^3 - z_{i-1}^3}{H_0}) \right]}{1 - H/H_0}} \quad (4)$$

Avec $H_0 = 100$ m, hauteur de référence.

2.2.2. Comparaison avec la méthode de Madera

Les figures n°2 et 3 présentent les résultats comparés des pulsations $\omega_{0,ms}$ calculées par l'expression 4 avec celles obtenues à partir de la méthode de Madera $\omega_{0,Madera}$.

Le calcul est réalisé pour six modèles constitués de quatre couches, la vitesse V_i variant de 100 à 400 m/s dans chaque couche avec un pas de 100 m/s, soit 256 configurations par modèle.

Pour les modèles 1 à 3, les couches ont la même densité ; pour les modèles 4 à 6, la densité augmente avec V_i en prenant à chaque pas les valeurs respectives de 1,5, 1,65, 1,8 et 1,9.

Tableau 1. Définition des modèles 1 à 6

	Modèles 1 et 4	Modèles 2 et 5	Modèles 3 et 6
Hauteur totale H (m)	20	30	10
Couche 1 - h_1 (m)	5	5	2
Couche 2 - h_2 (m)	5	10	3
Couche 3 - h_3 (m)	5	5	2
Couche 4 - h_4 (m)	5	10	3

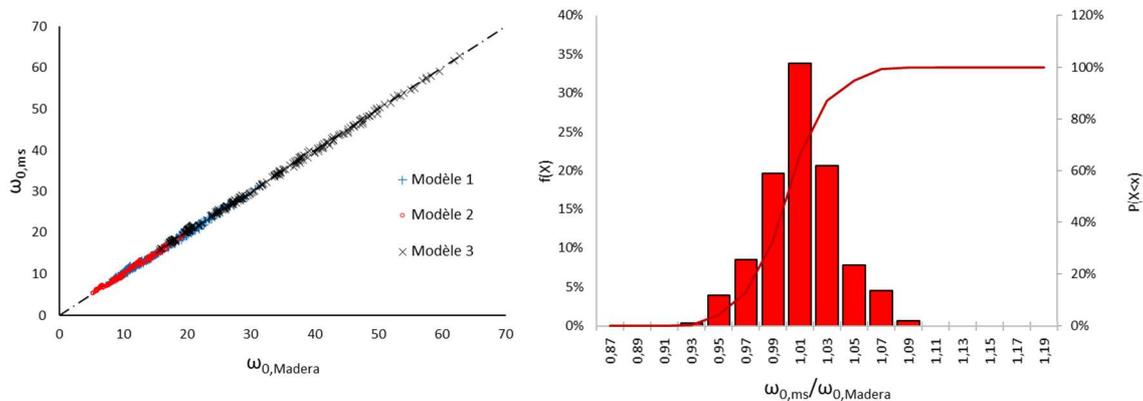


Figure 2. Modèle 1 à 3 (couches de même densité).

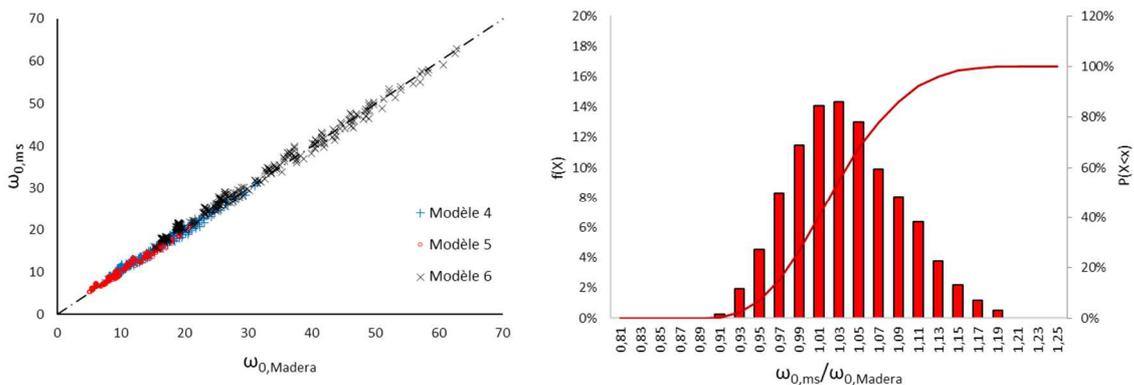


Figure 3. Modèle 4 à 6 (couches de densité variable).

2.3. Développement de $g(z)$

La pulsation propre étant connue, le déplacement à chaque interface $d_i = g(z_i)$ peut être approché à partir des relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} d_0 = d_{max} = \frac{a_{max}}{\omega_0^2} \\ d_i = k_i \cdot d_{max} \\ i = 1 : k_1 = \cos \frac{\omega_0 h_1}{V_1} \\ 2 \leq i < n : k_i = k_{i-1} - \frac{4 \cdot \omega_0^2}{\pi^2 (1 - H/H_0) \cdot V_i^2} \left(Z_i^2 - Z_{i-1}^2 - \frac{Z_i^3 - Z_{i-1}^3}{H_0} \right) \end{array} \right. \quad (5)$$

La courbe $g(z)$ sur la couche i peut être alors être exprimée sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} i = 1 : g(z) = d_{max} \cdot \cos \frac{\omega_0 z}{V_1} \\ 2 \leq i < n : g(z) = d_{i-1} \cdot \frac{\sin\left(\varphi_i - \omega_0 \frac{z - Z_{i-1}}{V_i}\right)}{\sin \varphi_i} \\ \text{Avec } \varphi_i = \text{atan} \left(\frac{\sin \frac{\omega_0 h_i}{V_i}}{\cos \frac{\omega_0 h_i}{V_i} - d_i / d_{i-1}} \right) \\ \text{NB : } \varphi_n = \frac{\omega_0 h_n}{V_n} \text{ et } \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad z \in [Z_{i-1}; Z_i] \quad (6)$$

L'expression 6 est une simple généralisation de la formule bisinusoidale du bicouche (Pecker et Salencon, 1999) et reste bien entendu applicable si les déplacements aux interfaces d_i sont déterminés à partir des méthodes de Madera ou du quotient de Rayleigh.

2.3. Exemple de calcul

On considère pour exemple :

- un sol de classe E constitué de trois couches de 5 m d'épaisseur et de V_s respectives 150 m/s, 100 m/s et 250 m/s surmontant le substratum sismique
- un ouvrage de catégorie IV en zone de sismicité 3 ($a_{max} = 2,77 \text{ m.s}^{-2}$).

On obtient à partir de l'équation 4 :

$$T_0 = 4 \cdot \sqrt{\frac{\frac{1}{150^2} \left(5^2 - \frac{5^3}{100} \right) + \frac{1}{100^2} \left(10^2 - 5^2 - \frac{10^3 - 5^3}{100} \right) + \frac{1}{250^2} \left(15^2 - 10^2 - \frac{15^3 - 10^3}{100} \right)}{1 - 15/100}}$$

Soit $T_0 = 0,4 \text{ s}$ et $\omega_0 = 15 \text{ rad.s}^{-1}$

$d_{max} = 2,77 / 15^2 = 12 \text{ mm}$

La déformée $g(z)$ donnée par les expressions ci-avant est comparée à celle obtenue par la méthode de Madera sur la figure 4.

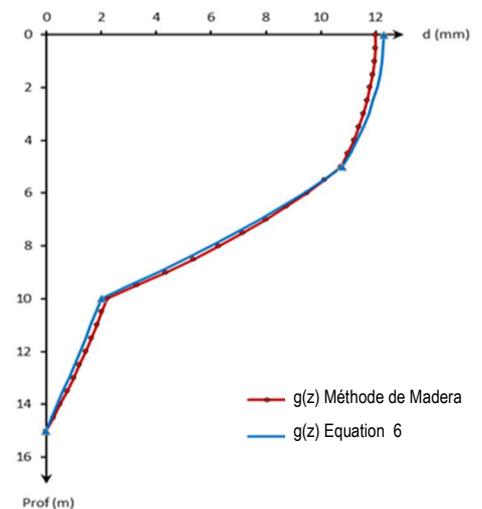


Figure 4. Déformée $g(z)$.

3. Moment cinématique dans les pieux

3.1. Application de l'approche pseudo-statique

Le calcul des effets cinématiques est mené pour un pieu isolé, selon l'approche pseudo-statique explicitée dans le guide CT38. L'action frontale induite sur le pieu à la profondeur z est modélisée par un modèle de Winkler suivant l'équation 7 :

$$r(z) = K_c [g(z) - y(z)] \quad (7)$$

avec $y(z)$ et $g(z)$ les déplacements respectifs du pieu et du sol et K_c le module réaction linéique du sol.

La valeur du module K_c dans chaque couche de sol est obtenue à partir du module de cisaillement dynamique G et du coefficient de poisson ν suivant la formule de G. Gazetas (1993) :

$$K_c = 2,4 (1 + \nu) \cdot G \quad (8)$$

A noter qu'à la différence des effets inertiels, la plastification du sol et la réduction du module K_c près de la surface (prévues dans le guide) ont un effet favorable sur la flexion du pieu ; nous les négligerons dans le cadre d'une approche simplifiée.

La déformation du pieu et les efforts s'obtiennent par résolution de l'équation d'équilibre d'une poutre sur appuis élastiques qui se fait communément par méthodes discrètes à l'aide d'un logiciel de calcul de pieux sous sollicitations horizontales. Avec $g(z)$ définie sur chaque couche par une portion de sinusöide suivant l'expression 6, l'équation différentielle s'intègre facilement et sa solution complète est donnée par :

$$y(z) = e^{-\frac{z}{l_{0,i}}} \left(C_{1,i} \cdot \sin\left(\frac{z}{l_{0,i}}\right) + C_{2,i} \cdot \cos\left(\frac{z}{l_{0,i}}\right) \right) + e^{\frac{z}{l_{0,i}}} \left(C_{3,i} \cdot \sin\left(\frac{z}{l_{0,i}}\right) + C_{4,i} \cdot \cos\left(\frac{z}{l_{0,i}}\right) \right) + \frac{g(z)}{1 + \frac{\psi_i^4}{4}}$$

D'où

$$M(z) = \frac{EI}{l_{0,i}^2} \left[2 \cdot e^{-\frac{z}{l_{0,i}}} \left(C_{2,i} \cdot \sin\left(\frac{z}{l_{0,i}}\right) - C_{1,i} \cdot \cos\left(\frac{z}{l_{0,i}}\right) \right) + 2 \cdot e^{\frac{z}{l_{0,i}}} \left(-C_{4,i} \cdot \sin\left(\frac{z}{l_{0,i}}\right) + C_{3,i} \cdot \cos\left(\frac{z}{l_{0,i}}\right) \right) - \frac{\psi_i^2 g(z)}{1 + \frac{\psi_i^4}{4}} \right] \quad (9)$$

avec : $\psi_i = \frac{\omega_0 \cdot l_{0,i}}{V_i}$: facteur de fréquence adimensionnelle du pieu dans la couche i

$l_{0,i} = \left(\frac{4 \cdot EI}{K_{c,i}} \right)^{0,25}$: longueur de transfert du pieu dans la couche i

EI : produit d'inertie du pieu

$C_{j,i}$: constantes d'intégrations données par les conditions aux limites

3.2. Solutions particulières pour un pieu traversant des couches épaisses

On se place dans le cas d'un pieu vertical traversant des couches suffisamment épaisses pour pouvoir considérer que la courbe $y(z)$ au voisinage d'une interface est entièrement définie par les conditions aux limites ou de continuité à cette interface ($h_i \gg 3 \cdot l_{0,i}$).

On définit pour la suite le moment caractéristique pour la couche i par :

$$\mu_i = a_{max} \cdot \frac{EI}{V_i^2} \frac{k_{i-1}}{\sin \varphi_i} \quad (10)$$

3.2.1. Tête de pieu

Tableau 2. Moment et déplacement en tête de pieu

Condition en tête	Pieu bloqué en rotation $T(0) = 0 ; y'(0) = 0$	Pieu libre $T(0) = 0 ; M(0) = 0$
Déplacement maximum $y_{\max,0}$	$\approx d_{\max}$	$d_{\max}(1 + \psi_1^2/2) \sim (1 \text{ à } 1,1) \cdot d_{\max}$
Moment maximum M_0	$\approx -\mu_1 = -a_{\max} \cdot EI/V_1^2$	$\approx -1,1 \cdot (1 - \psi_1) \cdot \mu_1$
Position z de M_0	0	$\approx (1 - \psi_1) \cdot \pi \cdot l_{0,1}$

3.2.2. Pieu ancré dans le substratum sismique

On considère un pieu avec un ancrage D dans le substratum sismique caractérisé par son module de réaction linéique K_{sub} . Le moment maximum est obtenu à une profondeur z telle que $H < z \leq H + 0,2 \cdot l_{0,\text{sub}}$ et a pour expression approchée :

$$(11) \quad M_n \approx \mu_n \cdot \frac{2c_n \cdot (c_n^2 - c_{n+1} + \psi_n^2/2)}{\psi_n(c_{n+1})(c_n^2 + 1)} \cdot r(d)$$

avec $c_n = \frac{l_{0,n}}{l_{0,\text{sub}}}$: facteur de contraste entre la couche n et le substratum

$d = \frac{D}{l_{0,\text{sub}}}$: encastrement réduit du pieu

$r(d)$: le facteur d'encastrement, dont la valeur peut être approchée par excès par

$$r(d) = \min(1, 125 \cdot \frac{d^3}{1+d^3} ; 1)$$

3.2.3. Interface entre deux couches

On peut retenir la solution approchée suivante, pour des couches i et $i+1$ de densité équivalente :

$$M_i \approx \mu_i \left[\frac{2}{\psi_i} \cos\left(\varphi_i - \frac{\omega_0 h_i}{V_i}\right) \cdot F_{1,i} - \sin\left(\varphi_i - \frac{\omega_0 h_i}{V_i}\right) \cdot F_{2,i} \right] \quad (12)$$

avec $F_{1,i} = \frac{(c_i - 1)(c_i^2 - c_i + 1)}{c_i^3}$

$$F_{2,i} = \frac{(c_i^2 - c_i + 1)^2}{c_i^4}$$

$c_i = \frac{l_{0,i}}{l_{0,i+1}} = \left(\frac{G_{i+1}}{G_i}\right)^{0,25}$: facteur de contraste à l'interface des couches i et $i+1$

M_i est atteint dans la couche la plus rigide j à une distance de l'interface de l'ordre de $0,1 \cdot l_{0,j}$ à $0,15 \cdot l_{0,j}$.

3.3 Comparaison avec la formule de Dobry & O'Rourke

Une formulation explicite simple a été proposée par Dobry & O'Rourke (1983) pour estimer le moment à l'interface entre deux couches 1 et 2 :

$$M = 1,86 \cdot (EI)^{\frac{3}{4}} (G_1)^{\frac{1}{4}} \cdot \gamma_1 \cdot F \quad (13)$$

avec : $F = F_{1,1}$

γ_1 : cisaillement du sol 1 à l'interface, déterminé selon l'équation 3.

Cette expression présente l'avantage de ne pas nécessiter le calcul de la pulsation propre.

Les auteurs recommandent son utilisation pour un rapport des modules supérieur à 4 (soit $\sqrt{2}/2 > c_i > \sqrt{2}$) : l'expression tend en effet vers 0 et sous-estime le moment si le contraste c est proche de 1 ce qui constitue un résultat irréaliste puisque la flexion se développe y compris dans un sol homogène.

Sur le modèle de l'équation 13, l'équation 12 peut être reformulée en fonction du cisaillement $\gamma_i = -g'(z_i)$ et du rayon de courbure défini par $\frac{1}{R_i} = -g''(z_i)$ sous la forme :

$$M_i = \frac{2EI}{l_{0,i}} \cdot \gamma_i \cdot F_{1,i} - \frac{EI}{R_i} \cdot F_{2,i} \quad (14)$$

Dobry & O'Rourke ont considéré pour établir leur équation un module $K_c = 3.G$; en faisant cette même hypothèse, on retrouve exactement l'équation 13 dans le terme de cisaillement de l'équation 14. L'expression obtenue ne diffère donc de la formule de Dobry & O'Rourke celle-ci que dans l'expression du cisaillement γ et dans l'ajout d'un terme de courbure, qui corrige le défaut de convergence pour les faibles contrastes.

Pour conserver une expression approchée du moment ne nécessitant pas le calcul préalable de la pulsation, sur le modèle de la formule de Dobry & O'Rourke, on pourra adapter la formule 14 comme suit en conservant un terme de courbure et en appliquant à l'expression du cisaillement le même coefficient correcteur que celui utilisé pour obtenir l'équation 4 :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_i = \sqrt{2} \cdot (EI)^{\frac{3}{4}} (K_{c,i})^{\frac{1}{4}} \cdot \gamma_i \cdot F_{1,i} - \frac{EI}{R_i} \cdot F_{2,i} \\ \gamma_i = \frac{a_{\max} \cdot z_i (81 - 1,2 \cdot z_i)}{V_i^2 (100 - H)} \\ R_i = \frac{V_i^2}{a_{\max}} \end{array} \right. \quad (15)$$

A titre de comparaison des différentes formulations, la figure 5 illustre les moments calculés dans un pieu en béton $\varnothing 600\text{mm}$ à l'interface de modèles bicouche constitués d'une couche inférieure constante ($h_2 = 10\text{ m}$, $V_2 = 200\text{ m/s}$) et d'une couche supérieure variable ($h_1 = 6\text{ à }20\text{ m}$, $V_1 = 100\text{ à }450\text{ m/s}$). Les moments calculés avec les formules 13, 14 et 15 sont comparés avec la solution exacte du modèle pseudo-statique $M_{\text{réf}}$.

La figure 6 présente en complément les résultats obtenus dans le multicouche décrit en 2.3., pour des pieux en béton $\varnothing 400\text{ mm}$ et $\varnothing 1000\text{ mm}$, bloqués en tête et ancrés de 1 m dans le substratum.

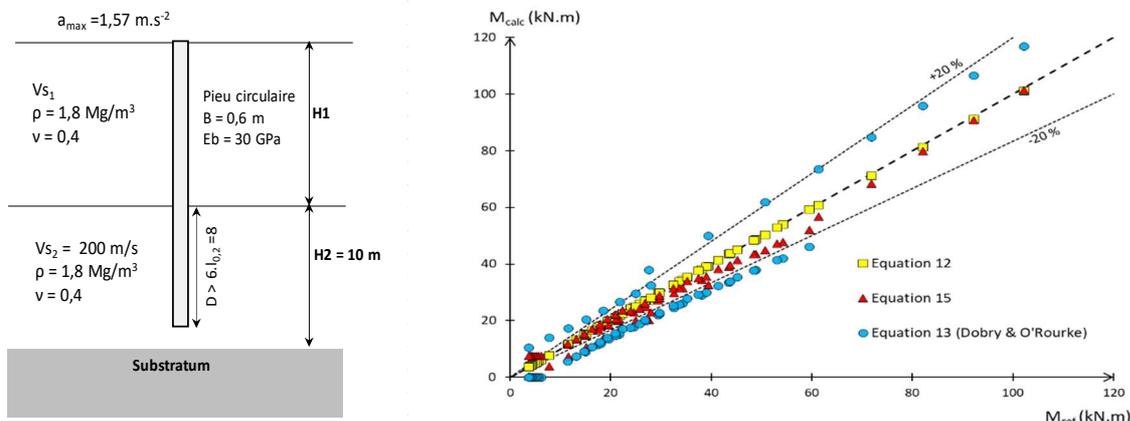


Figure 5. Comparaison des moments d'interface calculés à partir des formules 12, 13 et 15.

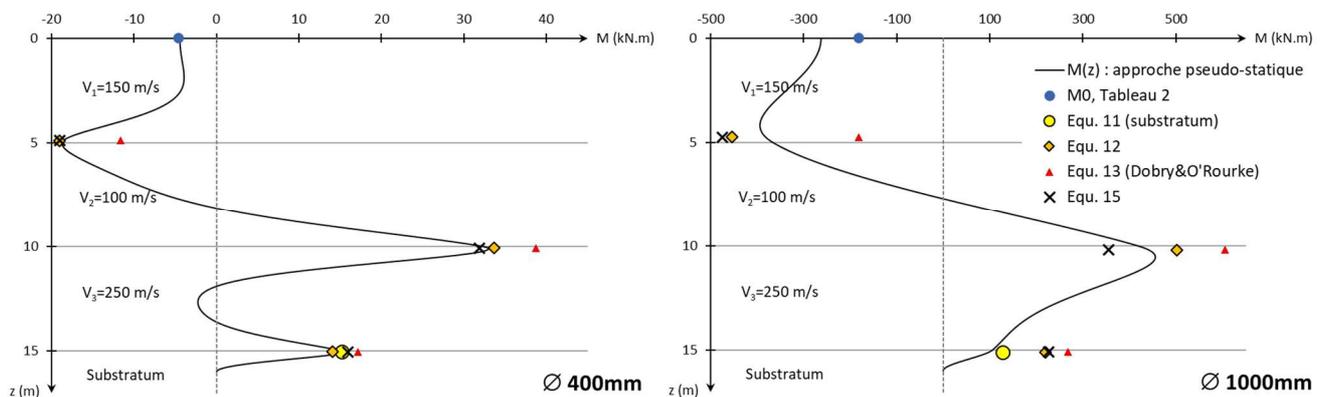


Figure 6. Moment fléchissant - pieux $\varnothing 400\text{mm}$ & $\varnothing 1000\text{mm}$ - $a_{\text{max}} = 2,77 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

4. Conclusions

Les équations 4 à 6 donnent une formulation explicite du déplacement horizontal d'un multicouche au passage de l'onde sismique, en bonne cohérence avec la méthode itérative de Madera. L'expression de la déformée du sol sous forme de portions de sinusoides s'intègre facilement et permet d'exprimer simplement les moments d'interface pour un pieu traversant des couches épaisses, selon l'approche pseudo-statique décrite dans le guide CT38 de l'AFPS.

Pour la majorité des configurations courantes, ces résultats permettent une première quantification fiable des effets cinématiques et, par leur forme explicite, facilitent l'identification des enjeux associés aux incertitudes sur le modèle (vitesses sismiques des terrains en particulier). Utilisés par exemple dans la phase AVP de l'étude géotechnique de conception, ils constituent un outil simple et rapide pour justifier de l'intérêt d'investigations complémentaires ou pour anticiper le recours à des stratégies de calcul particulières pour les stades ultérieurs de l'étude (approche non forfaitaire de V_s , prise en compte de l'interaction cinématique, calculs dynamiques...).

5. Références bibliographiques

- CEN (2005). Eurocode 8 – Calcul des structures pour leur résistance aux séismes. Partie 1 : Règles générales, actions sismiques et règles pour les bâtiments, NF EN 1998-5.
- CEN (2005). Eurocode 8 – Calcul des structures pour leur résistance aux séismes. Partie 5 : Fondations, ouvrages de soutènement et aspects géotechniques, NF EN 1998-5.
- AFPS (2017). Guide pour la conception et le dimensionnement des fondations profondes sous actions sismiques des bâtiments à risque normal, Cahier technique n°38.
- Dobry R. et al. (1976). Simplified procedures for estimating fundamental period of a soil profile. Bulletin of the Seismological Society of America.
- Dobry R. et O'Rourke M.J. (1983). Discussion on Seismic response of end bearing piles, by Flores-Berrones R. and Whitman R.V. Journal of the Geotechnical Engineering Division, vol. 5, pp. 778-781.
- Gazetas G. (1993). Dynamic Response of Pile Groups with Different Configurations. Soil Dynamics and Earthquake Engineering.
- Nikolaou S. et al. (2001). Kinematic pile bending during earthquakes : analysis and field measurements. Geotechnique, vol. 51 (5), pp. 425-440.
- Mylonakis G., (2001). Simplified model for seismic pile bending at soil layer interfaces. Soils and Foundations, vol. 41 (4), pp. 47-58.
- Pecker A., Salencon J. (1999). Ground reinforcement in seismic areas. 11th Panamerican conference on soil mechanics and geotechnical engineering.
- Seed H.B. et Idriss I.M. (1982). Ground motions and soil liquefaction during earthquakes, Monograph, EERI.