

CAS PRATIQUES D'UTILISATION DES ABAQUES DE KRANZ

PRACTICAL USE OF THE KRANZ CHART

Grégory MEYER¹

¹ Chef de projet géotechnique, EGIS, IdF

RÉSUMÉ – Le calcul de stabilité d'un écran de soutènement fait partie intégrante de la norme d'application nationale française NF P94-282 depuis quelques années. En plus des calculs aux coefficients de réaction et de poussée/butée, une vérification parfois omise est le contrôle de la stabilité du massif de sol soumis à un effort de traction du tirant, vérification usuellement appelée « stabilité de Kranz », du nom de l'instigateur de la méthode. Nous nous intéressons ici au développement pratique de cette méthode, et à son élargissement général pour plusieurs lits de tirants, les sols cohésifs ou encore les sols sous nappe.

ABSTRACT – Stability of a retaining wall is now well explained in the french standard. In addition to the calculations with the coefficients of reaction, a check often omitted is the control of the stability of the soil subjected to the pulling force of a tie, usually called « Kranz's stability ». We are therefore interested in the widening of the method, as well as the more general reflections of multiple ties and a double wall.

1. Introduction

La norme NF P94-282 (AFNOR, 2009) propose des méthodes de calculs de la résistance à l'arrachement d'un tirant scellé à l'arrière d'une paroi de soutènement ou connecté à un contre-rideau, mais également une vérification de l'équilibre du massif de sol pouvant être entraîné par l'effort de traction dans le tirant. Il s'agit classiquement de vérifier que l'ancrage se situe suffisamment loin de l'écran pour éviter toute interaction avec lui, c'est-à-dire que la longueur libre de l'ancrage est suffisante pour éviter tout report des efforts d'ancrage sur l'écran. Nous rappelons en préambule que l'usage encore en cours aujourd'hui qui consiste à imposer un tirant à l'extérieur du coin de poussée de Coulomb est une condition nécessaire mais pas forcément suffisante.

2. Principe de calcul

La norme NF P94-282 (AFNOR, 2009) rappelle l'importance de vérifier la stabilité d'un massif ancré par une ou plusieurs nappes de tirants. Cela revient à vérifier que les tirants se situent à une distance suffisante de l'écran afin de ne pas l'impacter. Et donc que l'effort attendu dans les tirants, par exemple par méthode MEL, est inférieur à l'effort limite de stabilité du massif.

La méthode de calcul initiale a été proposée par Kranz en 1939 dans sa thèse (rééditée en 1953), et mise à jour dans différents code de calculs, tels que le ROSA 2000 ou les différents TA (72, 77, 86, 95 et 2020) et plus récemment dans la NF P94-282 et son annexe G informative (AFNOR, 2009).

La méthode revient à faire le bilan de l'ensemble des efforts s'exerçant sur le bloc étudié (Figure 1), en excluant le soutènement. Ce choix, appelé méthode « Kranz externe » permet de faire ressortir l'effort dans le tirant $P_{i,d}$, appliqué sur l'écran. Une conséquence de ce

choix est que l'effort $P'_{e;d}$ qui correspond à la réaction de l'écran sur le segment [AD], correspond à la différence entre la poussée et la butée sur l'écran, déterminé par la méthode MEL. C'est cet effort qui est à comparer à l'effort issu du calcul de Kranz, ce dernier devant être majorant. Le ratio entre les deux valeurs fournit la sécurité de la stabilité du bloc, à comparer avec le coefficient de sécurité partiel de la NF P94-282 (AFNOR, 2009), pris égal à 1,5 par sécurité (il est normativement de $1,10 \times 1,35 = 1,485$).

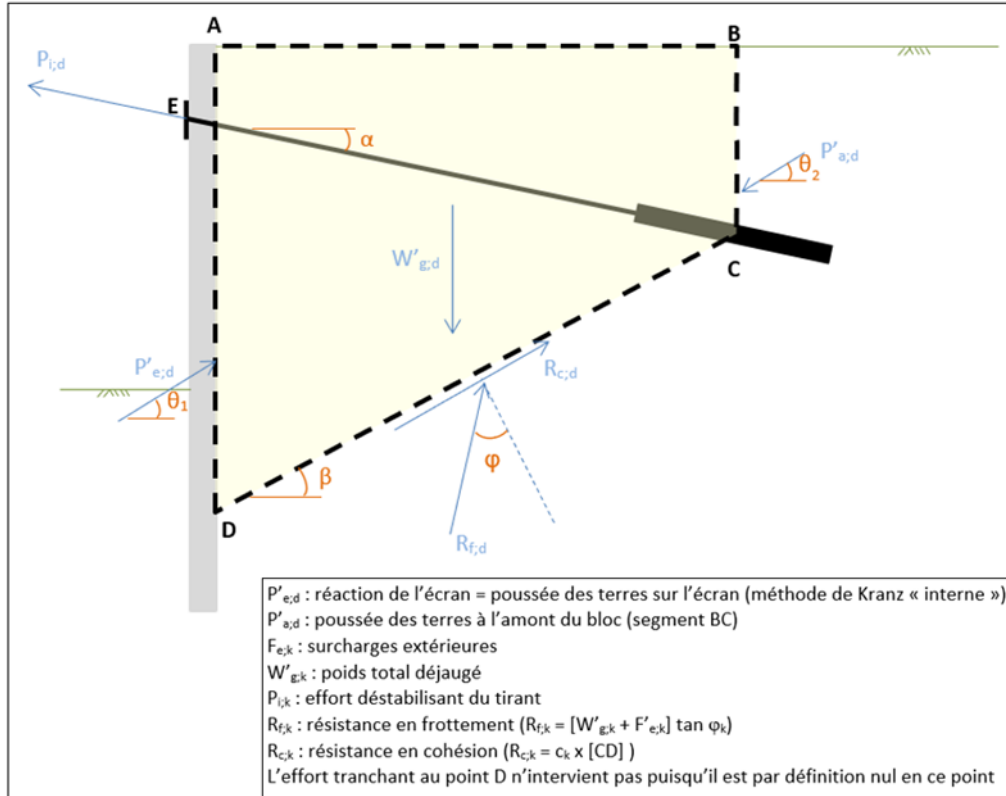


Figure 1 : Schéma de Kranz (dit « externe ») selon la nomenclature de la NF P94-282

En toute rigueur, les efforts liés à la pression hydrostatique sont également à prendre en considération : à l'arrière du massif, en aval de l'écran et sous la surface de rupture. Néanmoins, dans le cas d'une nappe en équilibre hydrostatique, il est plus simple de raisonner directement en poids volumiques déjaugés dans le massif ($W'_{g;k}$, $P'_{e;d}$ et $P'_{a;d}$).

Il est pratique de simplifier le problème en considérant une surface de glissement plane (segment [CD]). Ce schéma de rupture est toutefois moins sécuritaire que le mode de rupture réel, bien qu'il soit admis par la norme NF P94-282. Les expérimentations menées en modèles réduits (Verdeyen et Nuyens, 1964) montrent que la rupture est beaucoup plus complexe et s'apparente plus à une géométrie de type spirale semi-logarithmique.

Les calculs sont menés pour une géométrie passant par le point D, qui n'est pas la base de l'écran, mais le point d'effort tranchant nul. Celui-ci est déterminé par dérivation de l'équation d'équilibre des moments de la méthode MEL.

3. Calcul de l'effort de Kranz

Le principe du calcul repose simplement sur l'équilibre des forces s'exerçant sur le système, c'est-à-dire :

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P'_{a;k}} + \vec{F_{e;k}} + \vec{W'_{g;k}} + \vec{P'_{e;k}} + \vec{R_{c;k}} + \vec{R_{f;k}} + \vec{P_{t;k}} = \vec{0} \quad (1)$$

D'où par projection sur les axes horizontaux et verticaux :

$$\begin{cases} P'_{e;k} \cos(\theta_1) - P'_{a;k} \cos(\theta_2) - P_{i;k} \cos(\alpha) + R_{f;k} \sin(\varphi - \beta) + R_{c;k} \cos(\beta) = 0 \end{cases} \quad (2a)$$

$$\begin{cases} P'_{e;k} \sin(\theta_1) - P'_{a;k} \sin(\theta_2) - W'_{g;k} - F_{e;k} + P_{i;k} \sin(\alpha) + R_{f;k} \cos(\varphi - \beta) + R_{c;k} \sin(\beta) = 0 \end{cases} \quad (2b)$$

La résolution de ce système à 2 équations et 2 inconnues permet en posant pour la simplification du calcul :

$$\begin{cases} F1 = P'_{e;k} \cos(\theta_1) - P'_{a;k} \cos(\theta_2) \\ F2 = R_{c;k} [\cos(\beta) - \sin(\beta) \tan(\varphi - \beta)] \\ F3 = W'_{g;k} + F_{e;k} - P'_{e;k} \sin(\theta_1) + P'_{a;k} \sin(\theta_2) \end{cases} \quad (3)$$

La solution pour l'effort de Kranz dans le tirant est (l'autre inconnue étant l'effort de frottement $R_{f;k}$) :

$$P_{i;k} < \frac{F1 + F3 \tan(\varphi - \beta) + F2}{\cos(\alpha) [1 + \tan(\alpha) \tan(\varphi - \beta)]} = \frac{F1 + F2 + F3 \tan(\varphi - \beta)}{\cos(\alpha) + \sin(\alpha) \tan(\varphi - \beta)} \quad (4)$$

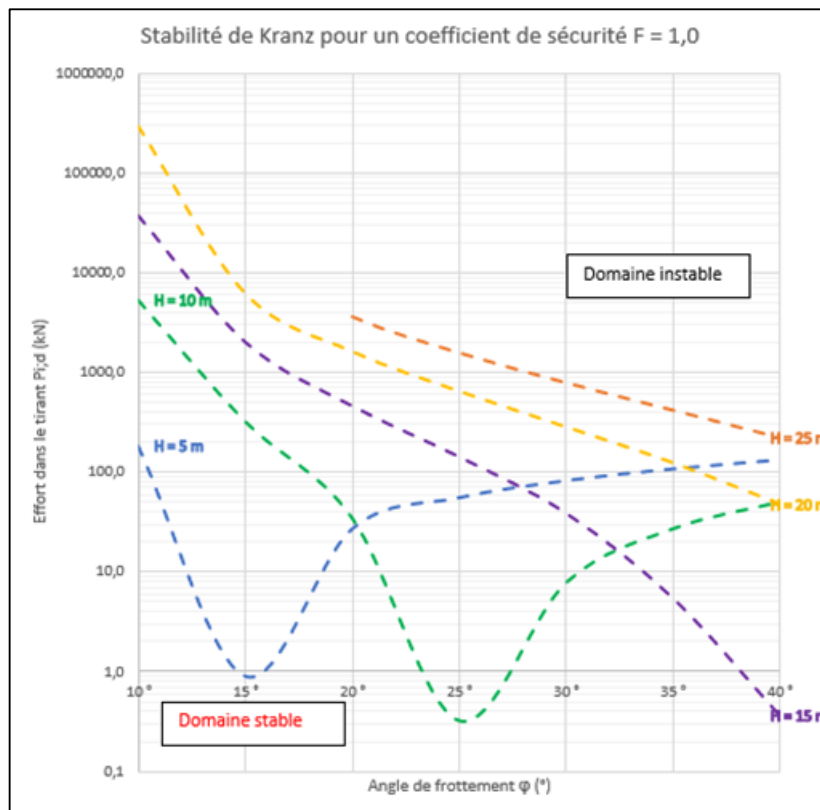


Figure 2 : Stabilité de Kranz (exemple pour $\alpha = 15^\circ$ / $LI = 3m$) pour $F = 1,0$ – par ml d'écran

Il est remarquable de voir que certains points de calculs fournissent une stabilité pour un effort extrêmement bas, voire négligeable (Figure 2 pour un coefficient de sécurité recherché de 1). Ces points correspondent aux angles pour lesquels β est proche du coin de poussée à $\pi/4 - \varphi'/2$. Les calculs montrent donc bien qu'un tirant dont le point fictif est situé dans le coin de poussée n'est pas stable. Les abaques vont plus loin en permettant de déterminer graphiquement la stabilité du massif lorsque $P_{i;k}$ (Kranz) / $P_{i;k}$ (MEL) est supérieur à un certain coefficient de sécurité normatif $F \geq 1,485$. Ce coefficient est arrondi à 1,5 par la suite (cf. annexes).

4. Hypothèses de calculs

Dans un premier temps, il est retenu les hypothèses suivantes : étude d'un monocouche homogène purement frottant (donc avec cohésion nulle), de poids volumique égal à 20 kN/m^3 . Aucune nappe n'est présente et la tête du tirant se situe à $0,2 H$ de la tête du rideau, H étant la hauteur libre de l'excavation. Aucune surcharge n'est prise en compte, celle-ci pouvant être directement intégrée dans H . L'inclinaison de la poussée est considérée nulle et celle de la butée prise à $-2/3 \varphi'$.

Tous les autres paramètres étant inconnus (H , longueur utile L_u du tirant, α son inclinaison, φ' l'angle de frottement interne du sol), les abaques permettent de couvrir une importante gamme de cas. Rappelons que la longueur utile du tirant est définie comme la somme de sa longueur libre et de sa demi-longueur scellée ($L_u = L_l + \frac{1}{2} L_s$). La longueur utile détermine la géométrie du bloc qui passe par le milieu de la longueur scellée (point C sur la Figure 1). Les abaques sont donc dépendants de la longueur utile mais pas directement des longueurs libre et scellée. Ainsi, la stabilité de Kranz sera identique pour deux tirants possédant les caractéristiques suivantes, toutes choses égales par ailleurs : $L_l = 5 \text{ m} / L_s = 4 \text{ m}$ et $L_l = 3 \text{ m} / L_s = 8 \text{ m}$.

Les efforts sont calculés par mètre linéaire d'écran. Un exemple d'abaque pour une inclinaison de tirant de 10° est récapitulé en Figure 3. Les autres abaques sont fournis en annexe.

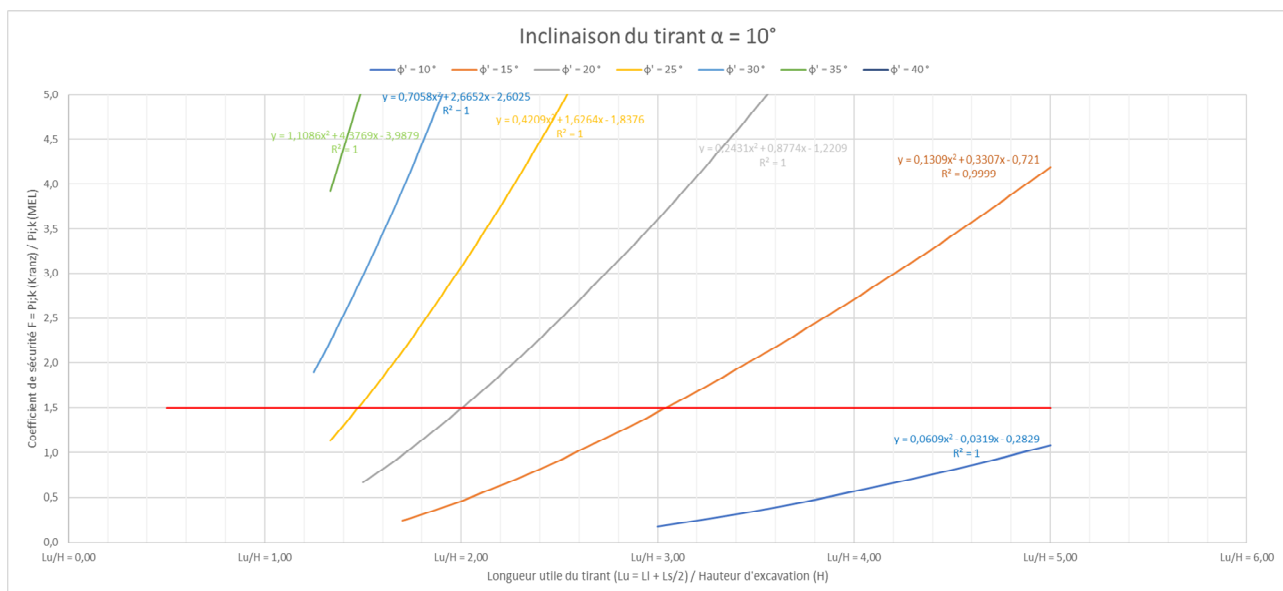


Figure 3 : Abaque de Kranz pour une inclinaison de 10° du tirant.

Dans le cas de la Figure 3, la stabilité n'est jamais assurée pour un angle de frottement de 10° (courbe la plus à droite). Lorsque celui-ci passe à 20° , la stabilité du massif de Kranz est assurée à partir d'un rapport L_u/H minimale de 2. Notons les valeurs pour lesquelles les courbes ne sont pas représentées, indiquant la présence du tirant dans le coin de poussée de Coulomb.

Il est donc possible de déterminer à partir de ces courbes (équation de degré 2) leur intersection avec le coefficient de sécurité recherché de 1,5. Ces valeurs sont indiquées dans la tableau 1. Dans le cas étudié ci-avant, il est donc bien nécessaire de prendre une longueur utile deux fois supérieure à la hauteur libre pour assurer la stabilité. Pour une hauteur excavée de 10m, la longueur utile devra être de 20m, ce qui peut être atteint pour une longueur scellée de 5m et une longueur libre de 17,5m. Ces longueurs sont relativement importantes, en lien avec l'angle de frottement faible retenu et l'absence de

cohésion. Les longueurs utiles inférieures à la hauteur excavées ne sont rencontrées que lorsque les inclinaisons de tirants et les angles de frottement sont élevés.

Tableau 1 : Tableau de stabilité de Kranz

Lu/H min pour $F \geq 1,5$	$\varphi' =$						
	10 °	15 °	20 °	25 °	30 °	35 °	40 °
$\alpha = 0^\circ$	7,69	4,16	2,61	1,85	1,66	1,66	2,00
$\alpha = 10^\circ$	5,68	3,05	2,00	1,48	1,25	1,33	1,33
$\alpha = 20^\circ$	4,65	2,52	1,69	1,28	1,13	1,13	1,13
$\alpha = 30^\circ$	4,07	2,23	1,52	1,17	1,00	1,00	1,00
$\alpha = 40^\circ$	3,78	2,10	1,44	1,12	0,91	0,83	0,83
$\alpha = 50^\circ$	3,73	2,10	1,45	1,12	0,92	0,80	0,80
$\alpha = 60^\circ$	4,05	2,30	1,60	1,23	1,00	0,84	0,80
$\alpha = 70^\circ$	5,13	2,96	2,06	1,57	1,26	1,05	0,89

5. Calculs aux éléments finis

Afin de visualiser le phénomène de rupture du massif d'ancrage, le comportement d'un ouvrage excavé à l'abri d'une nappe de tirants a été modélisé sous Plaxis 3D. Dans ce modèle, la partie libre du tirant est modélisée par un élément de type « node to node » n'interagissant pas avec le sol et la partie scellée est modélisée par un élément de type « Embedded Beam - grouted ». Le sol est modélisé à l'aide d'une loi de type « Hardening Soil Model » dont le module de premier chargement est pris égal à 40 MPa et celui en déchargement à 3 fois cette valeur. Bien que la partie scellée des tirants soit en dehors du coin de poussée de Coulomb (Figure 4), il est donc possible d'observer une rupture du massif d'ancrage. En effet, le déplacement maximal horizontal atteint 15 centimètres au niveau des longs pans de la boîte et 4 centimètres au niveau des tympans. Le comportement observé s'apparente donc au niveau des longs pans à celui d'un écran en console avec une rotation globale autour de la base de l'écran. Ces observations confirment les indications du modèle de Kranz sur le caractère instable du massif d'ancrage.

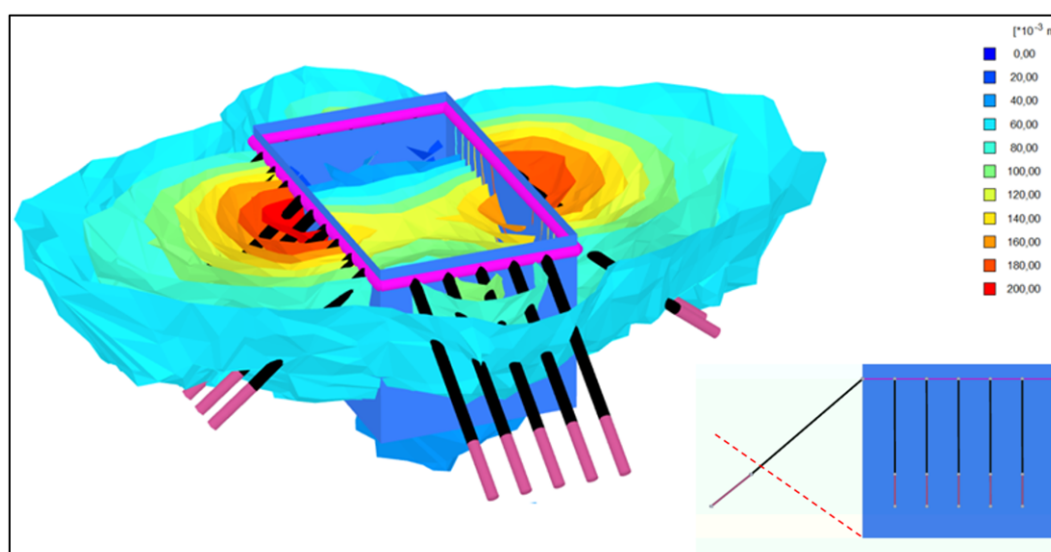


Figure 4 : Déformations totales autour d'une excavation soutenue par une nappe de tirants

6. Influence de la cohésion

Les calculs analytiques ont été repris en faisant varier pour un sol à 15° d'angle de frottement la cohésion à 5 puis 10 et enfin 20 kPa. L'angle du tirant est fixé à 30° .

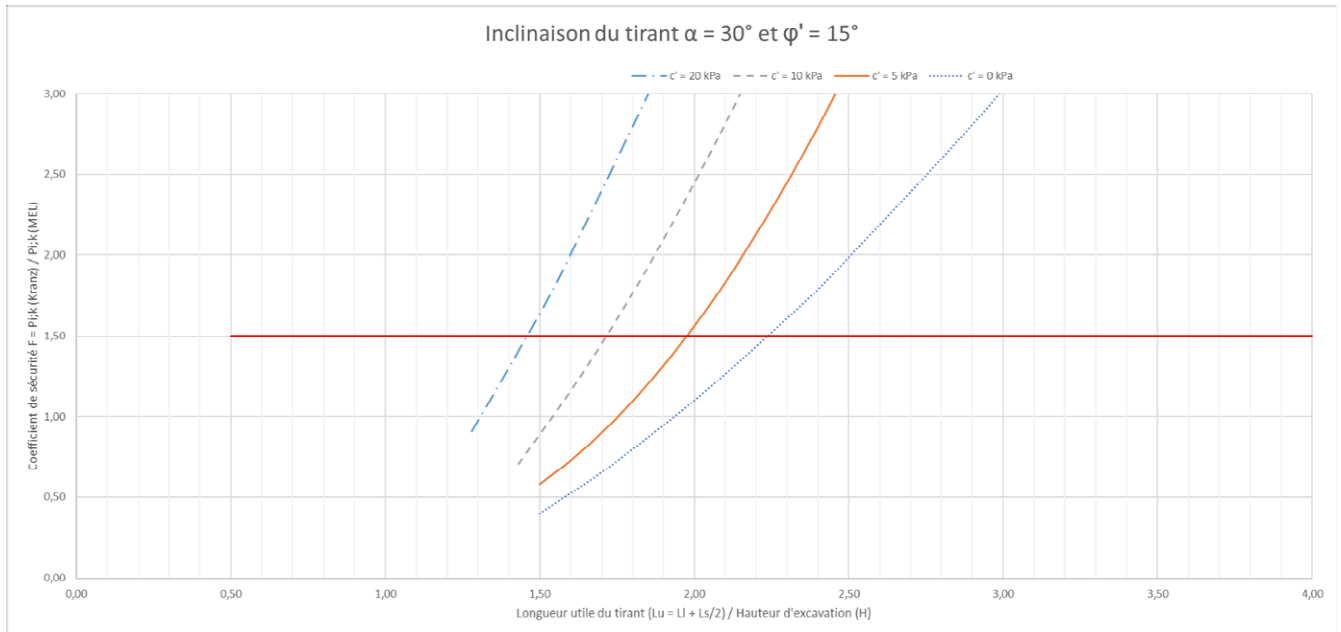


Figure 5 : Variation des abaques de Kranz en fonction de la cohésion (tirant à 30° et $\varphi' = 15^\circ$)

Afin d'atteindre un coefficient de sécurité de 1.5, il apparaît donc nécessaire sur l'exemple de la Figure 5 de retenir les ratio L_u/H suivant en fonction de l'augmentation de la cohésion : 2.23 (pour $c' = 0 \text{ kPa}$), 1.98 (pour $c' = 5 \text{ kPa}$), 1.71 (pour $c' = 10 \text{ kPa}$) et enfin 1.46 (pour $c' = 20 \text{ kPa}$). Il apparaît donc logiquement que pour une hauteur d'excavation fixée, la longueur utile du tirant diminue lorsque la cohésion du sol augmente. Il est intéressant de remarquer, dans le cas présenté, que la cohésion permet quasi-linéairement, dans la gamme de 0 à 10 kPa de diminuer la longueur utile du tirant d'environ 2% / kPa. Soit environ 20% pour un gain de 10 kPa. Au-delà de 10 kPa, la diminution de la longueur utile est moins marquée, de l'ordre de 1% / kPa.

En procédant de la même manière pour une inclinaison de tirant de 10° et un angle de frottement de 20° , le graphique devient celui de la Figure 6. Les rapports L_u/H pour les cohésions suivantes sont : 2.00 (pour $c' = 0 \text{ kPa}$), 1.78 (pour $c' = 5 \text{ kPa}$), 1.62 (pour $c' = 10 \text{ kPa}$) et enfin 1.35 (pour $c' = 20 \text{ kPa}$). Cette fois-ci, la longueur utile diminue avec l'augmentation de la cohésion dans une proportion d'environ 3% / kPa.

L'influence de la cohésion est donc forte sur la longueur utile nécessaire d'une nappe de tirants, puisque l'ajout de 20 kPa pourrait impliquer une réduction de 30 à 60% de la longueur utile des tirants. Il convient donc, conformément aux recommandations de la norme NF P94-282 §J.2.1.2 (AFNOR, 2009) de limiter les valeurs prises dans les calculs à une valeur prudente, voire nulle. Il est donc conseillé en première approche d'utiliser les abaques déterminés sans cohésion.

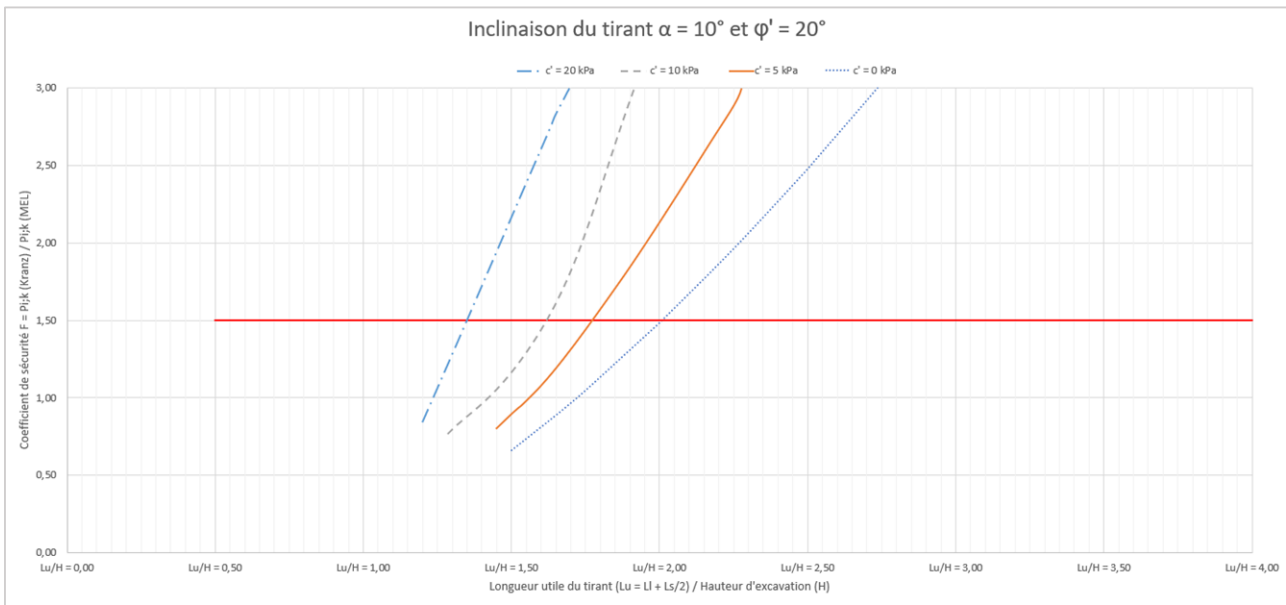


Figure 6 : Variation des abaques de Kranz en fonction de la cohésion (tirant à 10° et $\phi' = 20^\circ$)

7. Autres considérations pratiques

Le cas d'ouvrage sous nappe, multicouches ou de nappes multiples de tirants sont évoqués ci-dessous. L'étude de sensibilité réalisée dans le cadre de la détermination de ces abaques a montré qu'en présence d'une nappe, dont le toit se situerait au niveau du point d'ancrage du tirant sur la paroi, la longueur utile du tirant s'en trouve fortement perturbée. En effet, pour une inclinaison du tirant de 30° et un angle de frottement de 15 et 30° (sans cohésion), la longueur utile (pour une hauteur donnée) est multipliée par un coefficient compris entre 1,5 à 2,0 pour atteindre la stabilité (Figure 7). Il convient donc d'être très prudent lors du dimensionnement des tirants lorsqu'une nappe est présente.

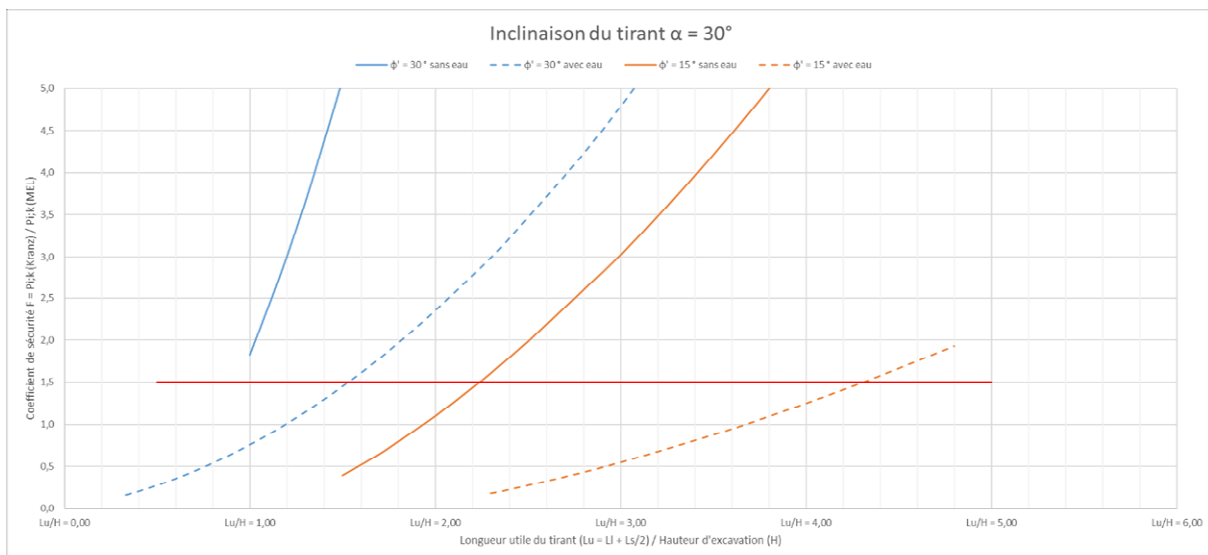
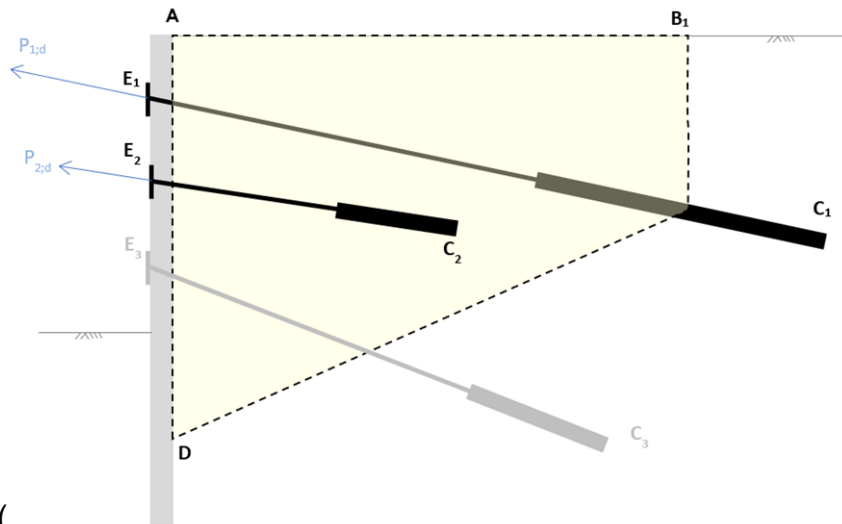


Figure 7 : Abaque de stabilité de Kranz en présence d'eau

Dans le cas d'un multicouche, et jusqu'à des angles de frottement inférieurs ou égaux à 30° , la longueur utile diminue (à hauteur d'excavation fixée) avec l'angle de frottement (tableau 1). Il est donc recommandé en première approche d'homogénéiser un multicouche

avec l'angle de frottement interne le plus pénalisant pour les calculs, c'est-à-dire le plus faible.

De la même manière, jusqu'à un angle d'inclinaison des tirants de 50° , la longueur utile des tirants diminue avec leur inclinaison. Il est donc utile de conserver l'inclinaison maximale des tirants dans l'utilisation des abaques présentés ici. Dans le cas d'un écran ancré par plusieurs lits de tirants, il est nécessaire d'isoler chaque nappe de tirants pour la définition d'un bloc et en incluant dans la résultante des efforts les tirants inclus géométriquement



dans le bloc (

Figure 8). Plusieurs cas de calculs doivent donc être réalisés avec chaque nappe. Les abaques doivent alors être utilisés avec précaution, car deux hypothèses ne sont pas respectées par rapport à leur élaboration. Il s'agit premièrement du calcul de la fiche mécanique du soutènement. Dans le cas d'une seule nappe de tirants, la méthode MEL est utilisée. Ce n'est plus le cas pour des nappes multiples de tirants. En second lieu, les abaques ont été calculés pour une position de la tête du tirant à $0,2H$ ce qui est rarement vérifié sur plusieurs nappes. Dans le cas de modèles complexes, le recours à un logiciel de modélisation d'interaction sol-structure pourra donc s'avérer nécessaire.

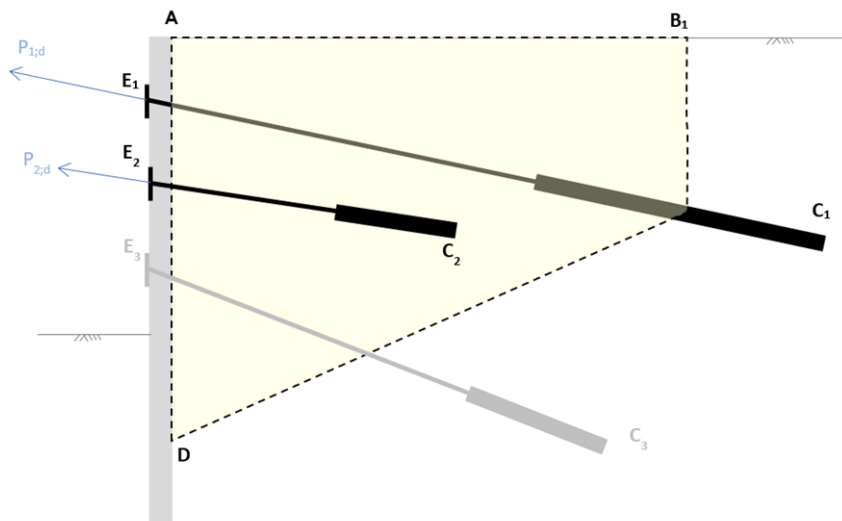


Figure 8 : Nappe multiples – (tirant n°1 isolé et calculs avec les tirants n°1 et n°2)

8. Conclusions

Actuellement, une approche simplifiée de prédimensionnement de la longueur libre des tirants consiste à positionner l'élément d'ancrage en dehors du coin de poussée de Coulomb. Nous avons montré que cette disposition était nécessaire mais pas suffisante pour assurer la stabilité du massif d'ancrage. En repartant des équations d'équilibre du système, il est possible de définir les efforts nécessaires pour vérifier la stabilité du massif, mais également un coefficient de sécurité associé. Celui-ci peut être comparé au coefficient normatif de l'Eurocode 7. Des abaques de stabilité ont donc été produits dans le cadre de leur utilisation pour un prédimensionnement de la longueur libre des tirants. Les calculs aux éléments finis confirment qu'une rupture peut se produire même pour un tirant situé en dehors du coin de poussée. D'autres analyses ont également été proposées pour l'étude de cas avec nappe, multicouche ou encore prise en compte de la cohésion dans les sols. Ces prédimensionnements ne peuvent néanmoins se substituer à une étude complète en fonction de la phase du projet auquel le concepteur se trouve. L'auteur souhaite vivement remercier Fahd Cuira pour sa précieuse aide et ses nombreux conseils avisés apportés lors de la rédaction de cet article, ainsi que Jean-Pierre Magnan pour le prêt des recommandations TA72, TA77 et TA86.

Bibliographie

NF P94-282, Norme d'application nationale de l'Eurocode 7, Ouvrages de soutènement, AFNOR, 2009

Cuira F., Le modèle Kranz : enjeux conceptuels et considérations pratiques, JNGG (2014)

Kranz E., Über die Verankerung von Spundwänden (1953)

NF P94-282, Calcul géotechnique Ouvrages de soutènement, norme écrans, AFNOR (2009)

T.A. 95, Tirants d'ancrage. Recommandations concernant la conception, le calcul, l'exécution et le contrôle. Eyrolles, 151 p.

Verdeyen J., Nuyens J., Vérification expérimentale des méthodes de calcul des rideaux d'ancrage de palplanches simplement ancrées, Symposium Rhéologie et mécanique des sols, Grenoble (1964)

Annexes (abaques de stabilité d'un massif tiranté)

