

DIMENSIONNEMENT DES FONDATIONS ETENDUES SUR SOL GONFLANT PAR UN MODELE DE PLAQUE SUR MULTICOUCHE

RAFT FOUNDATION ON SWELLING SOILS – A FEM BEAM MODEL ON MULTILAYER SOIL DESIGN METHOD

Alexandre BEAUSSIER¹

¹ Terrasol, Lyon, France

RÉSUMÉ – Pour des configurations en déformations planes, cet article présente une méthodologie d'étude des fondations superficielles étendues sur sols gonflants. Cette méthode couplant une « plaque » modélisée en éléments finis à des solutions analytiques pour les sols est basée sur des lois de comportement unidimensionnelles dont les paramètres se déduisent directement des essais de gonflement à l'œdomètre. Au travers un exemple réel, ce modèle est confronté à d'autres méthodes de dimensionnement.

ABSTRACT – This paper presents, for plane strains problems, a simple methodology for the design of raft foundation on swelling soils. The method coupling “plate” finite elements with analytical formulas for soil displacement-pressure laws that are based on one-dimensional strain-stress relationships directly determined with oedometric swelling tests. Through real case study, this model has been compared to other design methods.

1 Introduction

A l'instar de tout problème de radier, le dimensionnement des fondations étendues sur un sol gonflant vise à déterminer les efforts internes et déplacements de ces éléments ainsi que les réactions de contact entre les fondations et le sol sur lequel elles reposent (Figure 1). Ces différentes grandeurs étant dépendantes des chargements extérieurs sur la fondation, de l'effet des éventuels éléments structurels avec lesquels elle est liaisonnée et de l'action du sol sur lequel elle repose.

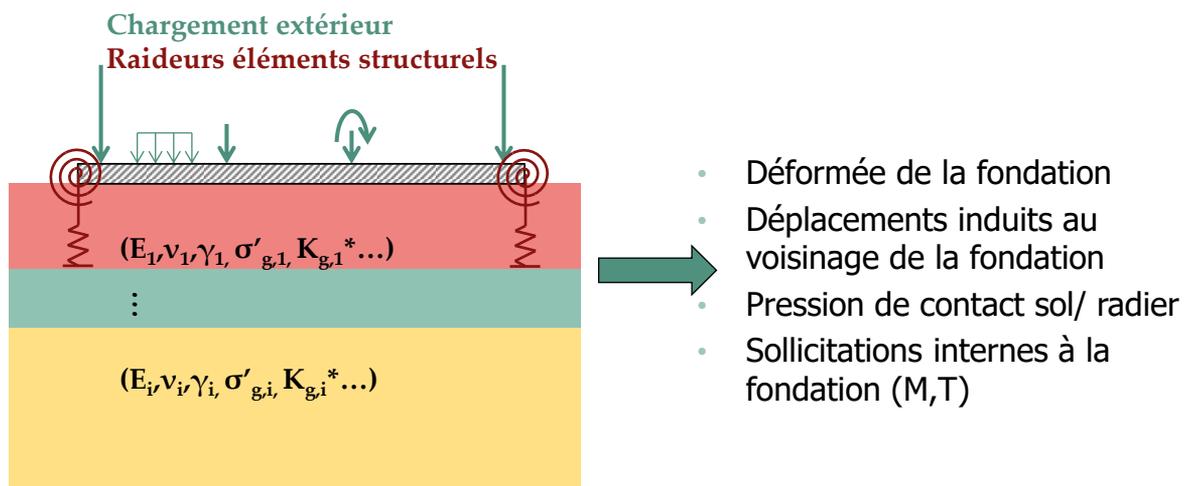


Figure 1. Problématiques et enjeux de la conception des fondation étendues

Ce problème, fortement hyperstatique, est clairement un phénomène d'interaction sol-structure ; les relations entre pression de contact radier-sol et déplacements étant dictées à la fois par le chargement extérieur, par les paramètres « structurels » du radier et par le comportement des sols sous-jacents (Figure 2).

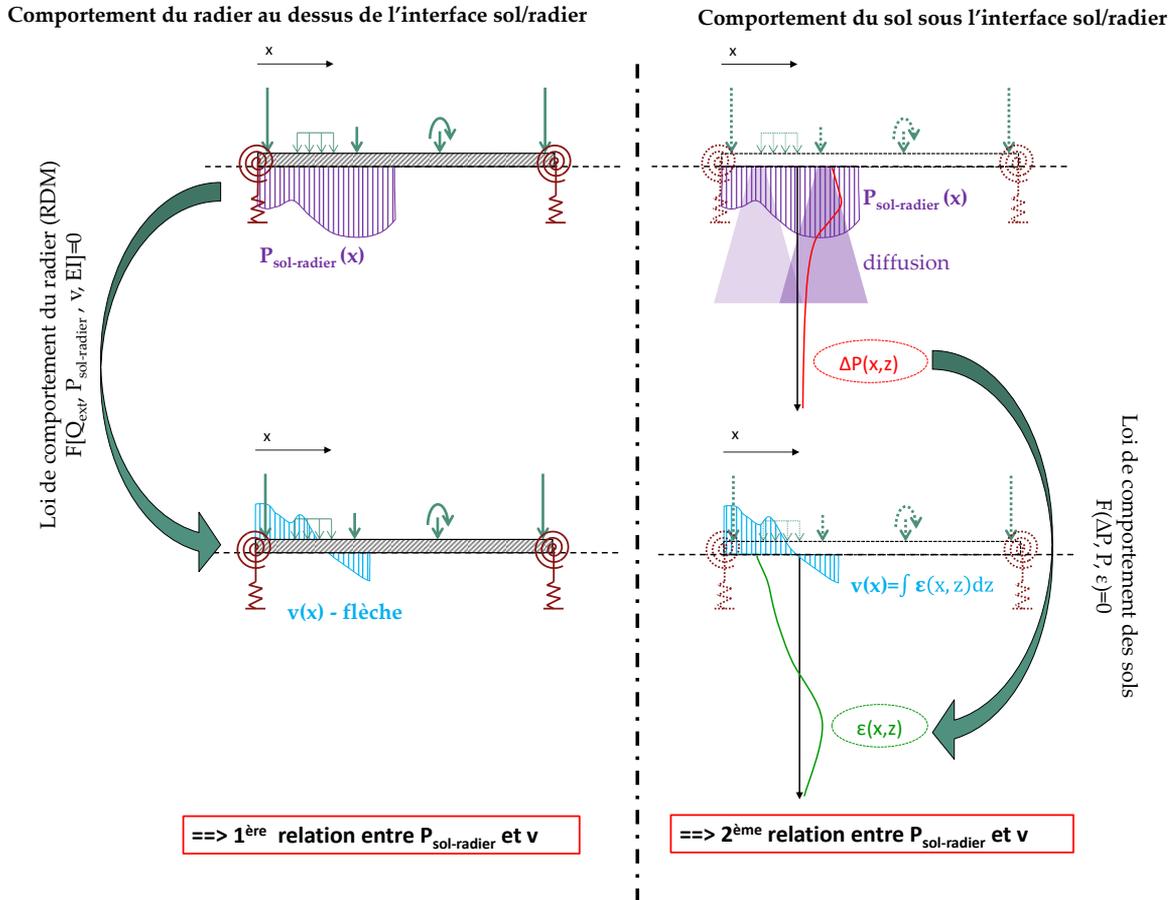


Figure 2. Mise en évidence des phénomènes d'interaction sol-structure dans le fonctionnement d'un radier

Pour un radier en interaction avec des sols gonflants, la singularité vient de la loi de comportement retenue dans ces sols ; celle-ci se devant refléter la relation fortement non linéaire entre contraintes et déformations mise en évidence par les essais.

Pour des cas pouvant être traités en déformations planes, l'article propose une résolution de ce problème par une formulation mixte couplant une « plaque » modélisée en éléments finis, avec un sol support décrit par le biais d'une matrice de souplesse – traduisant, en sous face de la fondation, les relations entre champs de pression et de déplacement – dont l'établissement repose sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices : considération d'une diffusion de contraintes basées sur la théorie de l'élasticité, d'un comportement œdométrique des terrains (déformation horizontale nulle), ainsi que de lois de comportement logarithmiques dans les sols gonflants (CFMS, à paraître).

2 Etablissement du modèle

2.1 Modélisation du radier

Le radier est modélisé en éléments finis par le biais d'éléments de poutre à deux nœuds et quatre degrés de liberté.

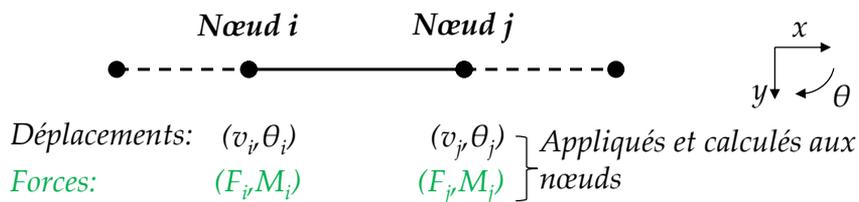


Figure 3. Élément de poutre à deux nœuds et quatre degrés de liberté

Les notations retenues pour les efforts et déplacements nodaux sont les suivantes :

$$\underline{a}_e = \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ v_i \\ \theta_i \\ \vdots \\ v_n \\ \theta_n \end{bmatrix} \text{ vecteur déplacement généralisé} - \underline{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ M_1 \\ \vdots \\ F_i \\ M_i \\ \vdots \\ F_n \\ M_n \end{bmatrix} \text{ vecteur forces nodales} \quad (1)$$

Le radier est en équilibre sous l'effet des chargements extérieurs qui lui sont appliqués en surface et de la réaction du sol qui lui est appliquée en sous-face. Dans le formalisme des éléments de poutre retenus, ces chargements sont traduits sous forme de forces nodales \underline{F}_e et \underline{R}_s .

2.1.1 Efforts extérieurs (Fe)

Les efforts extérieurs appliqués à la fondation peuvent être des charges et moments ponctuels et des chargements linéiques. Classiquement, ces efforts répartis sont traduits en termes d'efforts nodaux équivalents (Figure 4) :

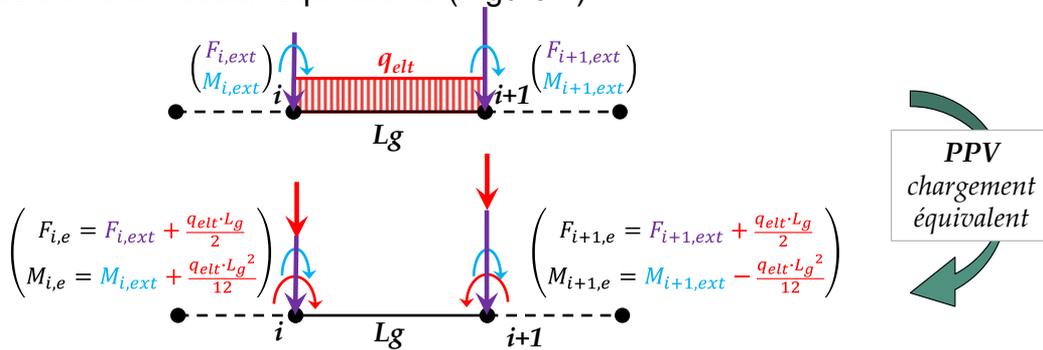


Figure 4. Efforts extérieurs : définition du chargement nodal équivalent

2.1.2 Réaction du sol (Rs)

Dans la formulation du modèle, on retient (Cuira et Simon, 2008) une pression uniforme sur toute la zone d'influence entourant un nœud (Figure 5).

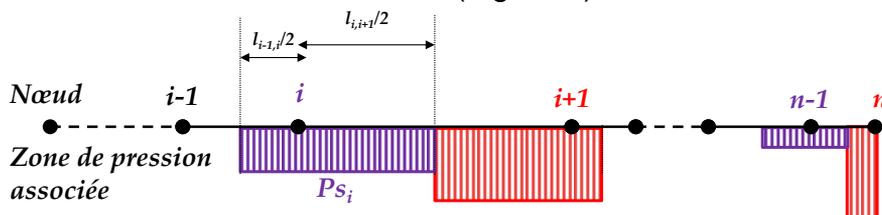


Figure 5. Réaction du sol : hypothèse de répartition des pressions d'interaction sol/radier

Cette répartition sert de base au calcul de diffusion des contraintes dans le sol nécessaire à l'établissement de la matrice de souplesse du sol. Là encore, dans le formalisme des éléments finis, le vecteur \underline{P}_s des pressions d'interaction sol/radier au voisinage de chaque nœud est traduit en termes d'efforts nodaux équivalents \underline{R}_s (2) :

$$\underline{R}_s = \underline{F}_s \cdot \underline{P}_s \quad (2)$$

Où \underline{F}_s , la matrice de passage des pressions d'interaction aux forces nodales équivalentes, dépend de la géométrie de chaque élément fini de poutre.

2.1.3 Equation d'équilibre

Dans le formalisme des éléments finis, l'équilibre du radier est traduit par l'équation (3a) où \underline{K}_e représente la matrice de rigidité de la fondation. Compte tenu de (2), cette relation peut se réécrire (3b) en fonction du vecteur des pressions d'interaction sol/radier \underline{P}_s .

$$\underline{K}_e \cdot \underline{a}_e = \underline{F}_e - \underline{R}_s \quad (3a)$$

$$\underline{K}_e \cdot \underline{a}_e = \underline{F}_e - \underline{F}_s \cdot \underline{P}_s \quad (3b)$$

2.2 Modélisation du sol

2.2.1 Loïs de comportement des sols – loïs intégrales

Les sols sont modélisés en considérant un comportement œdométrique : la déformation volumique est égale à la déformation verticale et n'est liée qu'à l'évolution de la contrainte effective verticale.

Dans les sols non gonflants la déformation verticale ε est liée à la variation de la contrainte verticale effective $\Delta\sigma'_v$ par la relation (4) où E représente le module du sol en conditions œdométriques :

$$\Delta\sigma'_v = E \varepsilon \quad (4)$$

Dans les sols gonflants, on retient la loi de comportement de la Figure 6 pour laquelle les paramètres K_g^* et σ'_g peuvent être déduits des essais de gonflement à l'œdomètre (CFMS, à paraître).

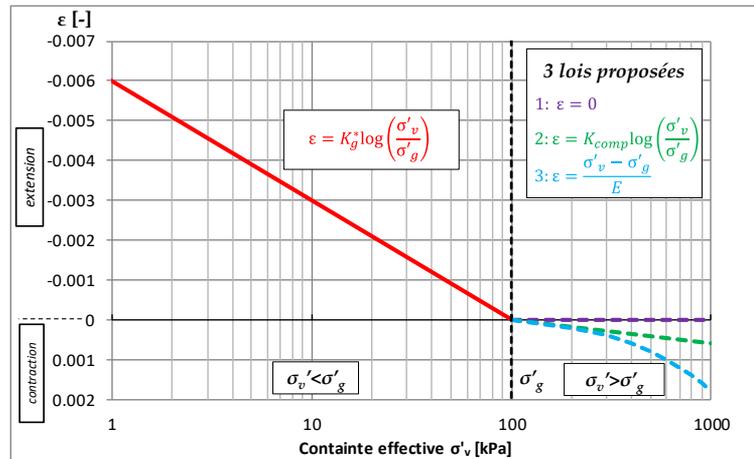


Figure 6. Loi de comportement retenue dans les sols gonflants

2.2.2 Loïs de comportement des sols – loïs incrémentales

Pour les sols gonflants, le passage aux loïs incrémentales est fait (5a,b) en partitionnant la déformation sous contrainte σ'_v (liée au poids des terres et aux chargements sur le sol en sous face du radier ou à l'extérieur de ce dernier) en la somme de deux termes :

- un terme de gonflement libre ε_{gl} représentant la déformation sous la contrainte $\sigma'_{v0,f}$ (contrainte effective dans la configuration géométrique finale, liée au poids des terres en absence de chargement sur du radier ou de chargement extérieur),
- et un terme représentant la déformation entre la contrainte $\sigma'_{v0,f}$ et la contrainte σ'_v .

$$\varepsilon(\sigma'_v) = \varepsilon(\sigma'_{v0,f}) + \varepsilon(\sigma'_{v0,f} \rightarrow \sigma'_v) = \varepsilon_{gl}(\sigma'_{v0,f}) + \int_{\sigma'_{v0,f}}^{\sigma'_v} d\varepsilon \quad (5a)$$

$$\varepsilon(\sigma'_v) = \varepsilon_{gl}(\sigma'_{v0,f}) + \int_{\sigma'_{v0,f}}^{\sigma'_v} \frac{d\sigma}{E(\sigma)} \quad (5b)$$

Dans l'expression (5b), les modules $E(\sigma'_v)$ et déformations de gonflement libre ε_{gl} peuvent s'exprimer de la manière suivante (6a,b) en fonction de la modélisation du comportement retenue (Figure 6) pour les contraintes supérieures à la pression de gonflement σ'_g :

$$E(\sigma'_v) = \begin{cases} \frac{\ln(10)}{K_g^*} \times \sigma'_v & \text{si } \sigma'_v < \sigma'_g \\ 10^8 \text{ kPa} & \text{si } \sigma'_v \geq \sigma'_g \text{ et cas 1} \\ \frac{\ln(10)}{K_{comp}} \times \sigma'_v, & \text{si } \sigma'_v \geq \sigma'_g \text{ et cas 2} \\ E, & \text{si } \sigma'_v \geq \sigma'_g \text{ et cas 3} \end{cases} \quad (6a)$$

$$\varepsilon_{gl}(\sigma'_{v0,f}) = \begin{cases} K_g^* \log\left(\frac{\sigma'_{v0,f}}{\sigma'_g}\right) & \text{si } \sigma'_{v0,f} < \sigma'_g \\ 0 & \text{si } \sigma'_{v0,f} \geq \sigma'_g \text{ et cas 1} \\ K_{comp} \log\left(\frac{\sigma'_{v0,f}}{\sigma'_g}\right) & \text{si } \sigma'_{v0,f} \geq \sigma'_g \text{ et cas 2} \\ \frac{\sigma'_{v0,f} - \sigma'_g}{E} & \text{si } \sigma'_{v0,f} \geq \sigma'_g \text{ et cas 3} \end{cases} \quad (6b)$$

2.2.3 Expression des déplacements

Le déplacement $s(x)$ en tout point de la surface du sol est calculé en intégrant la déformation verticale sur toute la colonne de sol partitionnée entre sols gonflants et non gonflants (7a,b) :

$$s(x) = \int_z \varepsilon(x, z) dz = \int_{z_{gonf}} \varepsilon(x, z) dz + \int_{z_{non-gonf}} \varepsilon(x, z) dz \quad (7a)$$

$$s(x) = \left\{ \int_{z_{gonf}} [\varepsilon_{gl}(\sigma'_{v0,f})] dz \right\} + \left\{ \int_{z_{gonf}} \left[\int_{\sigma'_{v0,f}}^{\sigma'_v} \frac{d\sigma}{E(\sigma)} \right] dz + \int_{z_{non-gonf}} \left[\int_{\sigma'_{v0,f}}^{\sigma'_v} \frac{d\sigma}{E} \right] dz \right\} \quad (7b)$$

$$s(x) = \{s_{gl}(x)\} + \left\{ \int_{q=0}^{q_{tot}} ds_q(x) \right\} \quad (7c)$$

Le déplacement s'exprime finalement (7c) comme somme d'un terme de gonflement libre s_{gl} ne dépendant que du profil de contraintes induit par le poids propre du sol dans la configuration géométrique finale (après construction de la fondation) et d'un terme de chargement s_q lié aux charges sur le radier et à côté de celui-ci.

2.2.4 Définition des matrices de souplesse

En raisonnant de manière incrémentale, il est possible d'appliquer le principe de superposition et de partitionner le déplacement en trois termes (8) liés respectivement :

- aux incréments de charges en sous face de radier (ds_{qplaq}),
- aux incréments de charges extérieures au radier (ds_{qext}),
- à une fraction du gonflement libre (ds_{gl}).

$$ds(x) = ds_{gl}(x) + ds_q(x) = ds_{gl}(x) + ds_{qplaq}(x) + ds_{qext}(x) \quad (8)$$

En écrivant la relation (8) au droit du nœud i , en discrétisant le profil vertical en couches d'épaisseur H_k , en considérant que la diffusion des contraintes dans le sol suit une répartition de Boussinesq et en utilisant les expressions des modules tangents $E(\sigma'_v)$ et déformations de gonflement libre $\varepsilon_{gl}(\sigma'_{v0,f})$ des expressions (6a) et (6b), l'incrément de tassement ds_i au nœud i peut s'exprimer en fonction des incréments de pression en sous-face de la plaque, des incréments de charge extérieures au radier et de la fraction de gonflement libre considérée pour cet incrément par la relation (9) :

$$ds_i = ds_{i,gl} + \sum_{j=1}^{N_{noeuds}} \left[\sum_k \frac{I_{bouss. i,k,j} \cdot H_k}{E_{i,k}(\sigma'_{i,k})} \right] \cdot dq_j + \sum_{l=1}^{N_{qext}} \left[\sum_k \frac{I_{bouss. i,k,l} \cdot H_k}{E_{i,k}(\sigma'_{i,k})} \right] \cdot dq_{ext,l} \quad (9)$$

En notant \underline{da}_s le vecteur des incréments de déplacement vertical des nœuds de la plaque, \underline{dP}_s le vecteur des incréments de la pression d'interaction associée aux différents nœuds de la plaque, \underline{dq}_{ext} le vecteur des incréments de charges extérieures et $\underline{da}_{s,gl}$ le vecteur d'incrément du gonflement libre au droit des différents nœuds, la relation (9) peut être écrite sous forme matricielle (10a,b) puis inversée (11).

$$\underline{da}_s = \underline{da}_{s,gl} + \underline{T}_{inf} \cdot \underline{dP}_s + \underline{T}_{qext} \cdot \underline{dq}_{ext} \quad (10a)$$

$$\text{Avec } T_{inf\ i,j} = \sum_k \frac{I_{bouss. i,k,j} \cdot Hk}{E_{i,k}(\sigma'_{i,k})} \text{ et } T_{qext\ i,j} = \sum_k \frac{I_{bouss. i,k,j} \cdot Hk}{E_{i,k}(\sigma'_{i,k})} \quad (10b)$$

$$\underline{dP}_s = \left(\underline{T}_{inf} \right)^{-1} \cdot \left(\underline{da}_s - \underline{da}_{s,gl} - \underline{T}_{qext} \cdot \underline{dq}_{ext} \right) \quad (11)$$

2.3 Résolution

La résolution du problème est faite en remplaçant dans l'équation (3b) le vecteur \underline{dP}_s par son expression suivant (11) conduisant à l'équation (12) :

$$\underline{K}_e \cdot \underline{da}_e = \underline{F}_e - \underline{F}_s \cdot \left(\underline{T}_{inf} \right)^{-1} \cdot \left(\underline{da}_s - \underline{da}_{s,gl} - \underline{T}_{qext} \cdot \underline{dq}_{ext} \right) \quad (12)$$

Puis en écrivant que pour chaque nœud du radier, le tassement du sol est égal à la flèche de la plaque ; ce qui peut être traduit par l'égalité matricielle (13) :

$$\underline{da}_s = \underline{G} \cdot \underline{da}_e \quad (13)$$

Enfin, en remplaçant \underline{da}_s par son expression (13) dans l'expression (12) et en réarrangeant les termes, le système à résoudre à chaque itération de calcul est le suivant :

$$\underline{da}_e = \left(\underline{K}_e + \underline{F}_s \cdot \left(\underline{T}_{inf} \right)^{-1} \cdot \underline{G} \right)^{-1} \cdot \left(\underline{F}_e + \underline{F}_s \cdot \left(\underline{T}_{inf} \right)^{-1} \cdot \left(\underline{da}_{s,gl} + \underline{T}_{qext} \cdot \underline{dq}_{ext} \right) \right) \quad (14)$$

3 Application de la méthode

3.1 Implémentation

La résolution du problème de poutre sur continuum élastique gonflant a fait l'objet du développement d'un outil programmé en VBA :

- Les inversions de matrice sont réalisées par la méthode du pivot de Gauss,
- Les pas de chargement suivent une progression géométrique,
- L'outil permet la gestion du décollement entre la plaque et le sol si la pression d'interaction dépasse un critère en traction.

3.2 Comparaison avec d'autres méthodes de calcul : exemple de l'ENS Cachan

La méthode de calcul a été testée sur le système de fondation du bâtiment 4 de l'ENS Cachan constitué de fondations superficielles étendues, assistées par des pieux au niveau des façades lourdement chargées et en interaction avec des terrains gonflants (Beaussier et al., 2020).

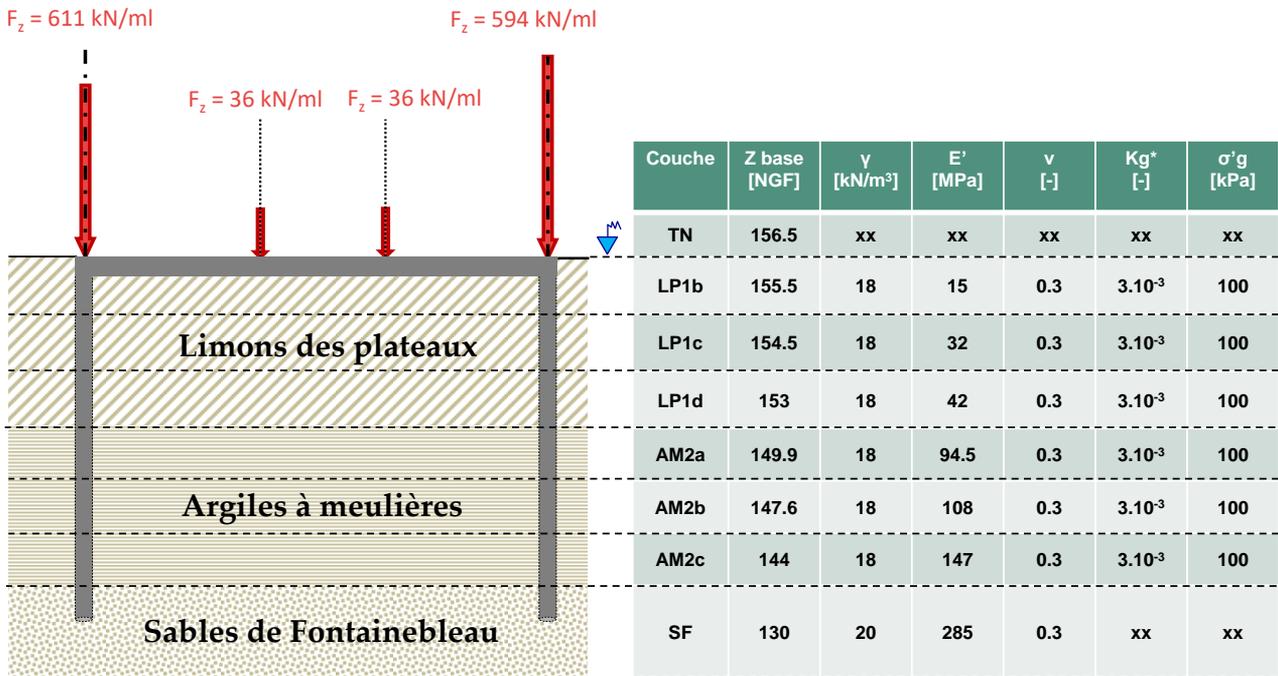
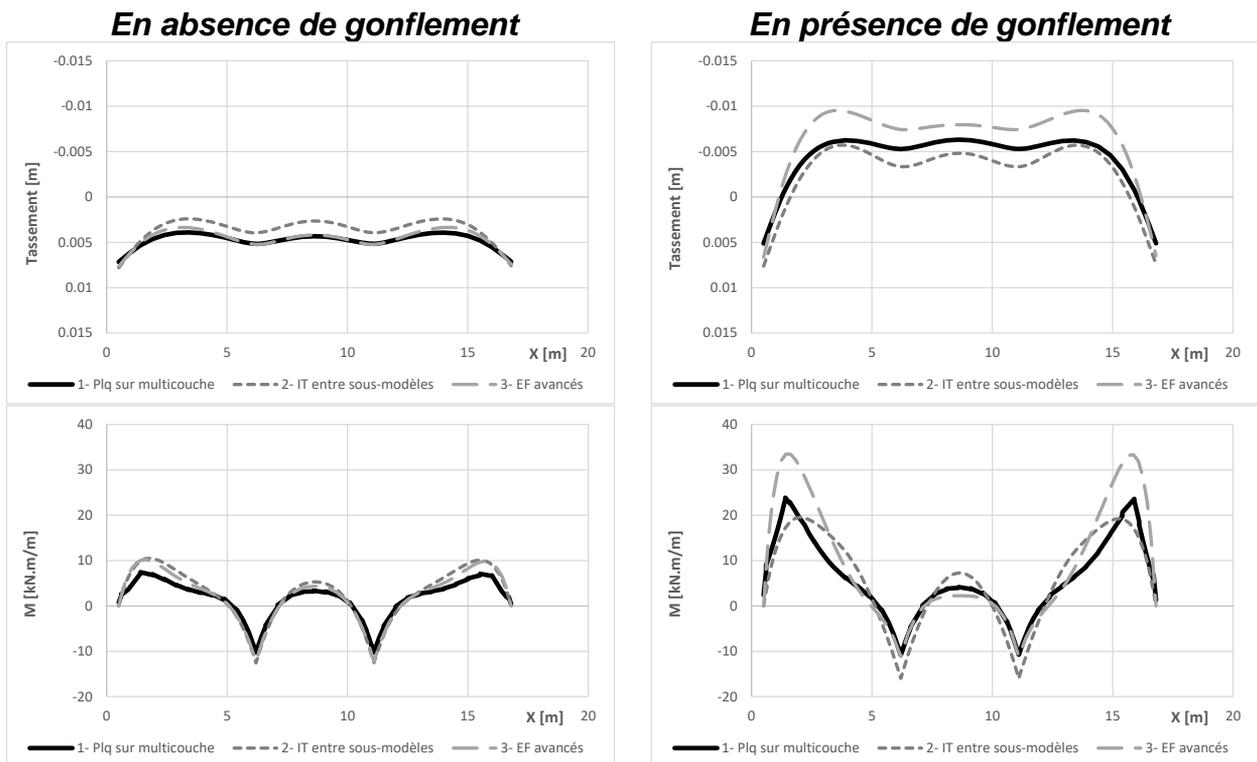


Figure 7. ENS Cachan – Bâtiment 4 – conception des fondations et principaux paramètres géotechniques

La Figure 8 compare les déplacements et sollicitations internes pouvant être calculées par le biais :

- 1- Du modèle de plaque sur multicouche gonflant développé ci avant,
- 2- D'itérations manuelles entre sous-modèle « de gonflement » et sous modèle « structural » aux coefficients de réaction (Beaussier et al., 2020),
- 3- D'un modèle aux éléments finis utilisant des lois de comportement avancées.



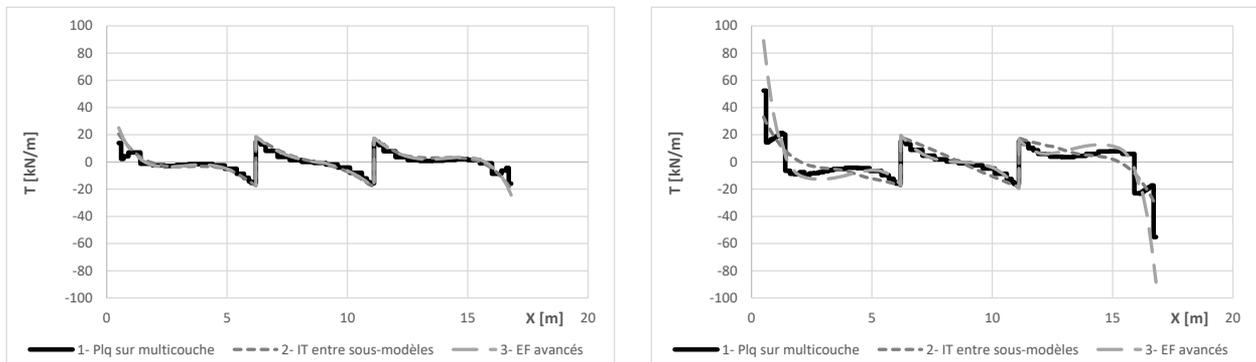


Figure 8. ENS Cachan – Bâtiment 4 – comparaison des déplacements et sollicitations internes calculés par 3 méthodes

De manière générale, en l'absence de terrains gonflant des terrains, le modèle de plaque sur multicouche reproduit mieux le comportement de référence (modèle éléments finis) dans la zone centrale qu'au voisinage des bords du radier. Cet effet peut être attribué à l'hypothèse de comportement œdométrique des sols considérée dans le programme de plaque sur multicouche, qui s'avère non valide à proximité des bords du radier.

Sous l'effet du gonflement, la prise en compte d'une diffusion des efforts au sein des terrains, la considération de la compressibilité (même faible) des horizons sous l'horizon gonflant et la discrétisation du comportement du sol à l'échelle de l'élément fini permettent de mieux saisir l'effet du gonflement que la méthode des sous modèles tout en évitant le recours aux itérations manuelles. Notamment, les résultats du modèle de plaque sur multicouche apparaissent très proches des résultats du modèle éléments finis en partie centrale du radier.

4 Conclusions

L'enjeu du dimensionnement des fondations étendues en interaction avec des sols gonflants est la détermination des sollicitations et des déformées de celles-ci sous l'effet des charges structurelles et de la réaction du sol sous le radier. La difficulté de traitement de ce problème fortement hyperstatique vient de la complexité des lois efforts/ déformations inhérentes aux phénomènes de gonflement (phénomènes tridimensionnels, lois fortement non linéaires...).

L'article propose, par une méthode hybride, une résolution de ce problème d'interaction sol-structure, sur la base d'un comportement des sols simplifié à l'extrême : considération d'une diffusion élastique des contraintes, d'un comportement œdométrique des sols et, au sein des sols gonflants, d'une loi logarithmique pouvant directement être alimentée par les résultats des essais de gonflement.

Les modélisations ont permis de mettre en évidence une bonne reproduction des efforts internes et déformées des radiers, ouvrant une alternative aux calculs itératifs manuels, mais également aux modèles éléments finis utilisant des lois de comportement avancées pour lesquels les calages des paramètres peuvent être fastidieux et sujets à débat.

5 Références bibliographiques

- Beaussier A., Cuira F., Canat O. (2020). Fondations de la nouvelle E.N.S. Cachan – Prise en compte du gonflement par interaction sol structure. Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur – Lyon 2020.
- Comité Français de Mécanique des Sols – CFMS (à paraître). Recommandations sur la prise en compte du gonflement des terrains argileux dans le dimensionnement des ouvrages d'infrastructure.
- Cuira F. Simon B. (2008). Modélisation 3D simplifiée d'une plaque sur sol multicouche élastique. Revue française de géotechnique, n°124, 3^{ème} trimestre 2008, pp3-17.