

VALIDATION DES CALCULS DE STABILITE DES OUVRAGES GEOTECHNIQUES PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

VALIDATION OF STABILITY ANALYSES OF GEOTECHNICAL STRUCTURES USING THE FINITE ELEMENT METHOD

David REMAUD¹, Emmanuel BOURGEOIS², Diego AVILA¹

¹ itech, Saint-Maurice, France

² Université Gustave Eiffel, Marne la Vallée, France

RÉSUMÉ – L'évaluation de la stabilité des ouvrages par la méthode de réduction de c et ϕ est proposée par nombreux codes de calcul par éléments finis. La communication présente comment elle a été développée et validée dans le logiciel CESAR. Elle propose des recommandations dans son usage pour l'application aux ouvrages en terre, pour différentes configurations de sol et de nappe.

ABSTRACT – Many finite element software make it possible to assess the stability of geotechnical structures by the strength reduction method. This communication explains how the method is implemented in the code CESAR. It also provides recommendations for its application to earth structures, in various configurations, and taking into account the hydraulic regime.

1. Introduction

La possibilité du recours au calcul par la méthode des éléments finis pour la conception des ouvrages géotechniques est aujourd'hui intégrée dans les cadres normatifs comme l'Eurocode 7. Cette méthode permet de prendre en compte des géométries complexes, et de représenter une grande variété de procédés de construction (tirants, butons, phasage, etc.) : elle présente donc un intérêt avéré pour la vérification aux Etats Limites de Service (ELS), en permettant d'évaluer les déformations des ouvrages et des massifs qui les entourent (tassements du sol, déplacements séquentiels avec l'avancement des travaux ou encore interactions avec les avoisinants).

Les approches de conception de l'EC7 exigent aussi des vérifications aux Etats Limites Ultimes (ELU). Cette problématique classique est très souvent abordée à l'aide de méthodes d'équilibre limite ou d'analyse limite. Pourtant, la méthode des éléments finis est de plus en plus utilisée également pour ce type de calculs, parce qu'elle permet de mieux prendre en compte la complexité des ouvrages réels que les méthodes classiques, et aussi par commodité, parce que le modèle numérique utilisé pour traiter les ELS peut être réemployé pour étudier les ELU. De manière générale, les calculs de stabilité fournissent un facteur de sécurité et une représentation du mécanisme de rupture. Les procédures de calcul aujourd'hui implémentées dans les logiciels sont de deux types : la recherche d'une charge limite pour calculer un facteur de sécurité (vérification d'une capacité portante par exemple) et la méthode de réduction des résistances (strength reduction method en anglais), aussi nommée « réduction c - ϕ », pour évaluer la sécurité de l'ouvrage.

Cette dernière procédure de calcul utilisée dans le cadre d'application de l'EC7 doit être exploitée avec expertise par l'ingénieur. Magnan et Meyer (2018), en examinant son utilisation pour différents types d'ouvrages montrent que cette approche est soit validée, soit soumise à discussion. Ils proposent ainsi des domaines et des règles d'application pour la réduction de c et ϕ dans les calculs par éléments finis.

Aussi, cet article a pour objectif de présenter d'une part, le principe de fonctionnement de la méthode implémentée dans le code CESAR et, d'autre part, des fonctionnalités complémentaires qui permettent de valoriser la démarche, en particulier la prise en compte

de la nappe d'eau et de ses variations, ou la possibilité de limiter la zone dans laquelle on considère des propriétés de résistance réduites.

Cette communication présente une validation de ces divers aspects en s'appuyant sur plusieurs travaux analytiques ou numériques de référence. Les auteurs émettent un certain nombre de recommandations à destination des ingénieurs géotechniciens sur les choix de modélisation et de réglage du processus de calcul. Il est également discuté de l'interprétation des résultats obtenus, et les limites de l'approche de calcul utilisée, ce qui amène à discuter différentes possibilités d'évolution (amélioration des performances, prise en compte de modèles de comportement avancés, vérification de la stabilité des ouvrages à toutes les étapes de la construction).

2. Procédure de calcul « c-phi réduction »

2.1. Procédure

La procédure la plus courante pour évaluer la stabilité d'un ouvrage par la méthode de réduction c-phi consiste à considérer une situation de référence dans laquelle l'équilibre est atteint pour des caractéristiques de résistance c et φ données (cette situation peut correspondre à une phase intermédiaire du processus de construction d'un ouvrage). Partant de cette situation de référence, on cherche la plus grande valeur de F telle que l'on puisse obtenir l'équilibre sans atteindre la rupture pour des caractéristiques de résistance réduites c_{red} et φ_{red} telles que : $c_{red} = c / F$ et $\tan \varphi_{red} = \tan \varphi / F$.

Dans CESAR (2020), la procédure suivante est adoptée: des contraintes calculées dans la situation de référence servent de point de départ ; puis les résistances sont réduites ; si l'état de contraintes en certains points d'intégration ne respecte plus la condition de résistance à cause de cette réduction, le processus de calcul des corrections de contraintes et des déformations plastiques associées est laissé se dérouler comme pour une analyse élastoplastique classique ; la structure est considérée stable pour les caractéristiques réduites si ce processus converge pour une tolérance donnée au bout d'un nombre d'itérations spécifié par l'utilisateur (CESAR propose également un algorithme qui vise à détecter les situations pour lesquelles la convergence n'est pas atteinte sans avoir à faire le nombre maximal d'itérations). D'autre part, on recherche la valeur optimale de F (au sens où elle conduit à la convergence pour la tolérance choisie au bout du nombre d'itérations maximal retenu) de manière itérative dans un intervalle spécifié par l'utilisateur, réduit par dichotomies successives ; pour chaque valeur examinée, on repart des contraintes de la situation de référence. Dans cette approche, il y a donc deux processus itératifs imbriqués. Cette procédure de calcul est simple et robuste, et l'interprétation du résultat est claire. En revanche, elle est relativement coûteuse en temps de calcul, et demande une certaine expertise de la part de l'utilisateur pour choisir des valeurs pertinentes pour les différents paramètres (tolérance et nombre maximal d'itérations pour le processus élastoplastique ; précision et intervalle de recherche pour le processus de dichotomie).

Le fonctionnement des algorithmes utilisés par les autres logiciels n'est pas toujours expliqué en détail dans la documentation, mais on peut noter que d'autres codes adoptent des procédures qui peuvent être voisines ou très différentes de celle proposée ci-dessus : en particulier, certains programmes utilisent un « indicateur de raideur actuelle » pour réévaluer les caractéristiques de résistance au cours du processus itératif du calcul des déformations plastiques : il n'y a donc qu'un seul processus itératif. L'interprétation du facteur de sécurité obtenu est la même quelle que soit la procédure, mais celle des résultats représentant le mécanisme de rupture n'est pas forcément très claire.

On peut également signaler que la procédure décrite précédemment suppose implicitement que le ou les modèles de comportement utilisés se réfèrent à une cohésion et un angle de frottement. Différents auteurs ont proposé de généraliser la démarche à d'autres critères

(par exemple celui de Hoek-Brown), ou à des modèles avancés prenant en compte un écrouissage (comme le modèle HSM). Dans CESAR, la procédure est limitée à un petit nombre de critères sans écrouissage, ceux de Tresca, von Mises, Mohr Coulomb et Drucker Prager.

On peut également regretter que l'utilisateur ne soit pas toujours averti de la façon dont on fait évoluer ou non les caractéristiques de résistance des interfaces et l'angle de dilatance au cours du calcul. La question de la valeur à prendre en compte pour l'angle de dilatance fait l'objet de nombreuses discussions, parce qu'il est généralement admis que l'angle de dilatance doit rester inférieur à l'angle de frottement. Dans CESAR, on s'assure que c'est le cas en appliquant le même coefficient F sur la tangente de l'angle de dilatance que sur l'angle de frottement : $\tan \psi_{red} = \tan \psi / F$.

En ce qui concerne la modélisation des interfaces, CESAR réduit l'angle de frottement pris en compte dans les éléments de joint, pour le modèle de Mohr Coulomb, de la même manière que dans les éléments de massif.

2.2. Mise en œuvre et recommandations

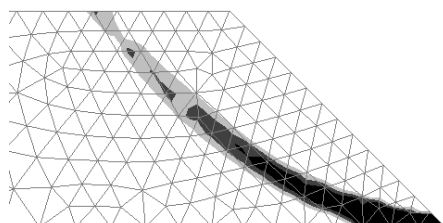
On discute ici l'influence de certains paramètres sur le résultat donné par CESAR, dans le cas d'étude proposé par (Magnan et Meyer, 2018). L'ouvrage étudié est un talus homogène ($c' = 30$ kPa ; $\phi' = 30^\circ$) avec une pente de 45° . Comme pour tous les calculs par éléments finis, le choix du type d'éléments et la finesse du maillage a une influence sur les résultats. On retient ici seulement des éléments à interpolation quadratique (triangles à 6 nœuds ou quadrangles à 8 nœuds), et on considère des éléments dont les côtés font en moyenne 0.5 m ou 0.25 m.

On compare les résultats obtenus (tableau I) en fixant les paramètres du processus itératif de calcul des déformations plastiques (tolérance 0.1%, nombre maxi d'itérations 500). L'influence du type de maillage a une influence identifiable mais limitée sur le facteur de sécurité, les quadrangles conduisant à des valeurs plus faibles de 3%.

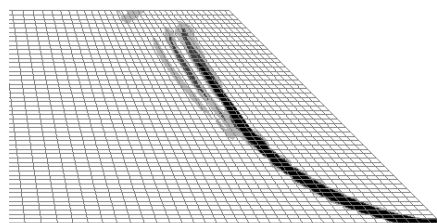
Tableau I. Résultats d'une étude paramétrique sur un talus

	Quadrangles Q8				Triangles T6			
Densité	0,25 m	0,5 m	0,5 à 1 m	1 m	0,25 m	0,5 m	0,5 à 1 m	1 m
F	1,96	1,96	1,98	2	1,98	2,01	2,03	2,04

La figure 1 représente les déformations plastiques pour 2 configurations de maillage conduisant aux valeurs extrêmes (maximale, 2,04, pour un maillage triangulaire de 1 m ; minimale, 1,96, pour un maillage quadrangulaire de 0,25 m). Les mécanismes de rupture en surface circulaire sont bien identifiables, avec un rayon plus faible pour le facteur de sécurité minimal.



Maillage triangulaire (densité 1m)
 $F = 2,04$



Maillage quadrangulaire (densité 0,25 m)
 $F = 1,96$

Figure 1. Isosurfaces de déformations plastiques pour deux cas de maillage

Lors de cette étude paramétrique et des exemples de validation présentés dans la suite, les observations suivantes ont été rassemblées et peuvent servir de recommandations pour le modélisateur :

- La diminution de la taille des éléments du maillage diminue le facteur de sécurité calculé.
- Une augmentation de la tolérance augmente le facteur de sécurité. Une tolérance de 0,1% est recommandée.
- Le processus itératif doit pouvoir être calculé avec un nombre suffisant d'itérations. Un nombre d'itération minimum de 500 à 1000 est recommandé.
- Le phasage de construction impacte la valeur du coefficient de sécurité.
- L'utilisateur doit apporter un œil critique aux mécanismes de rupture obtenus.
- Les déformations obtenues donnent une indication de la forme du mécanisme de rupture, mais les valeurs absolues des déplacements ou des déformations données par le calcul ne peuvent être considérées comme réalistes.

3. Validation

On propose dans cette section trois exemples qui illustrent les capacités de la méthode pour des ouvrages dont la complexité serait difficile à prendre en compte à l'aide des méthodes classiques.

Les exemples traités reprennent des modèles décrits dans la littérature, permettant de valider le processus dans diverses configurations d'ouvrages géotechniques.

3.1. Remblai soutenu par un mur

Perau et Schneider (2009) ont proposé une comparaison entre les méthodes classiques et la méthode des éléments finis pour étudier la stabilité d'un remblai soutenu par un mur. Cette comparaison prend en compte de nombreux aspects du problème ; elle a été simplifiée pour fournir la base d'un exercice de modélisation organisé par la société allemande de géotechnique (DGGT, 2019). L'originalité du problème réside dans le fait que le massif est constitué de deux couches différentes et dans la présence du mur, supposé élastique linéaire.

Les dimensions du problème sont données sur la figure 2.

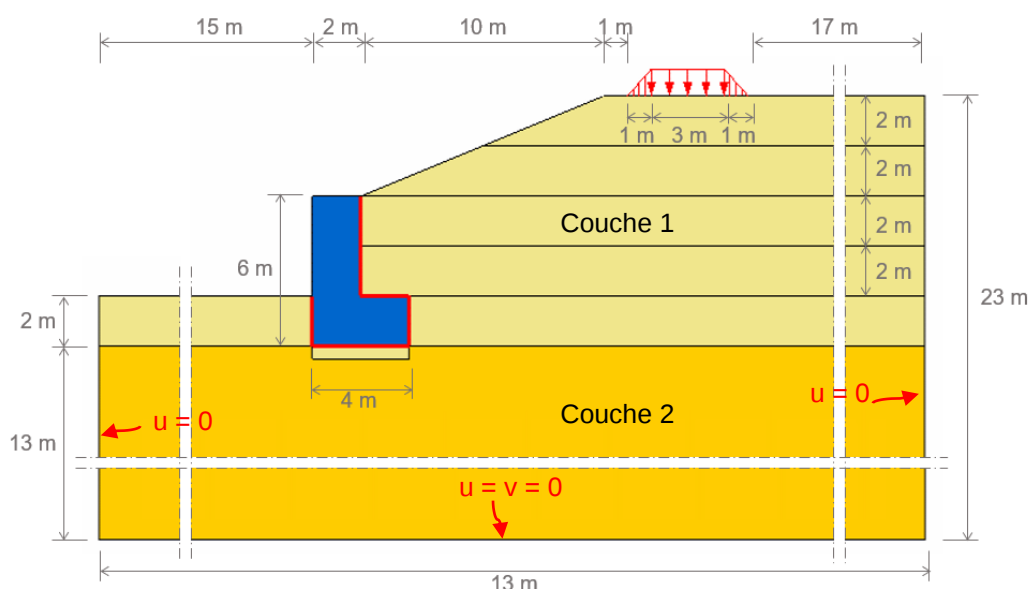


Figure 2. Géométrie du problème étudié (d'après Perau et Schneider, 2009)

On considère trois cas :

- les deux couches sont constituées de sable ;
- la couche supérieure est constituée de sable, la couche inférieure de marne ;
- les deux couches sont constituées de marne.

Les caractéristiques retenues sont données dans le tableau II. Dans l'exercice de prévision, contrairement à l'étude initiale, les interfaces sol-mur sont adhérentes.

La modélisation de la construction du mur puis du remblai par 5 couches de 2 m se traduit par une séquence de 8 phases avant d'appliquer la charge de service (pression de 20 kPa) puis de procéder au calcul c-phi réduction.

Tableau II. Données pour le talus multi-couches

	γ_h (kN/m ³)	K_0	E (MPa)	ν	c' (kPa)	ϕ' (°)	ψ (°)
Sable	20	0,43	20	0,3	0,1	35	5
Marne	20	0,66	20	0,3	10	20	0
Béton	25	-	40 000	0,2	-	-	-

Le tableau III donne les facteurs de sécurité obtenus avec CESAR, en 2D et en 3D, et les compare avec la fourchette de valeurs obtenues dans le cadre de l'exercice de prévision par d'autres logiciels utilisant la méthode des éléments finis mais aussi des méthodes aux états limites ou analytiques.

Tableau III. Facteurs de sécurité calculés

	Sable	Sable & Marne	Marne
CESAR 2D ⁽¹⁾	1,81	1,59	1,40
CESAR 3D ⁽²⁾	1,79	1,60	1,40
Résultats de l'exercice ⁽²⁾	[1,74-1,83]	[1,56-1,63]	[1,36-1,41]

⁽¹⁾ Réglages du calcul : tolérance de 0,1% ; 1 000 itérations ; précision sur le facteur de sécurité : 0,01.

⁽²⁾ Le benchmark n'a présenté que des résultats 2D en déformations planes.

La figure 3 propose une illustration du mécanisme de rupture : on présente les isovaleurs de la norme du tenseur de déformation plastique. Le calcul fait apparaître un mécanisme complexe qui serait difficile à anticiper par les approches classiques.

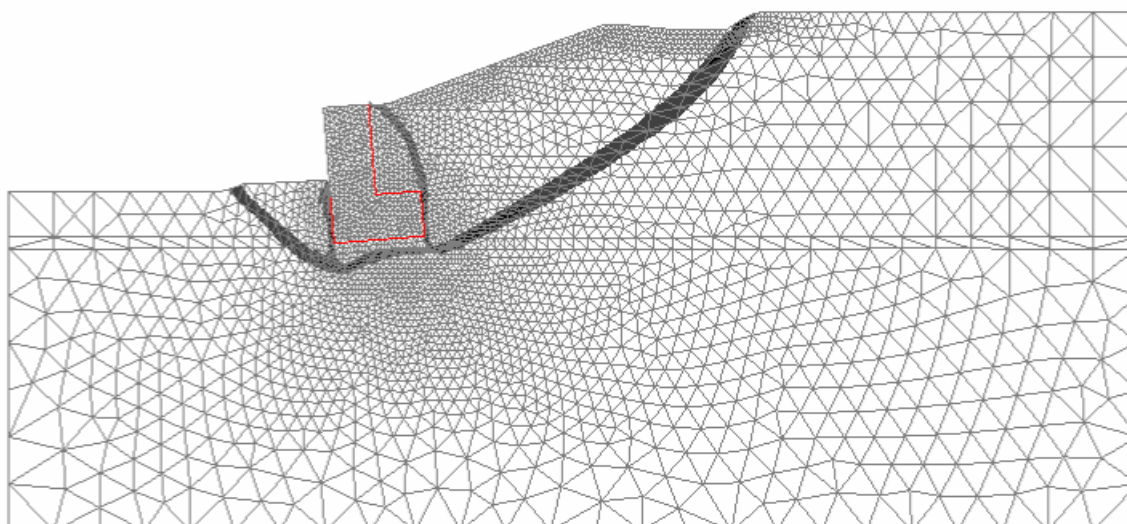


Figure 3. Isosurfaces des déformations plastiques - cas du massif constitué de sable et de marne

3.2. Talus multi-couches

L'exemple suivant, tiré de Giam et Donald (1989), examine une géométrie encore plus complexe, représentée sur la figure 4. Les caractéristiques des couches de sol sont récapitulées dans le tableau II.

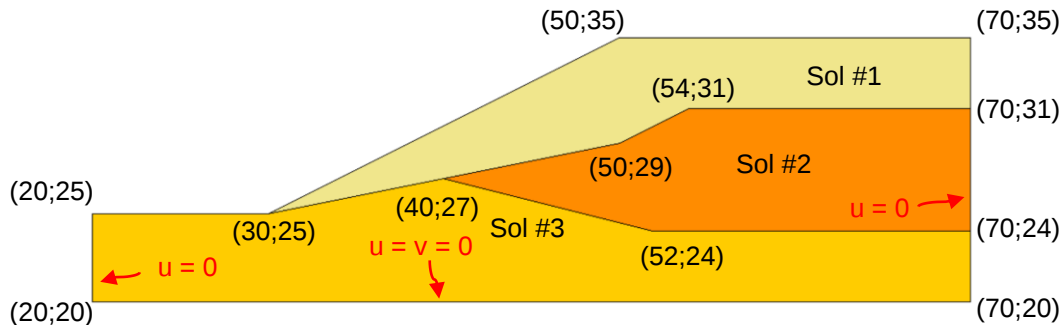


Figure 4. Géométrie du talus multi-couches

Tableau III. Données pour le talus multi-couches

	γ_h (kN/m ³)	E_u (MPa)	ν	c (kPa)	ϕ (°)
Sol #1	19,5	100	0,3	0,0	38
Sol #2	19,5	100	0,3	5,3	23
Sol #3	19,5	100	0,3	7,2	20

Pour cet exemple, le logiciel RS2 (2020) donne un coefficient de sécurité de 1,36 ; les valeurs obtenues par des méthodes analytiques varient de 1,41 (Bishop) à 1,36 par (Janbu).

On obtient également avec CESAR un coefficient de sécurité de 1,36 en 2D et de 1,37 en 3D. Le schéma de rupture présenté sur la figure 5 n'est pas tout à fait un arc de cercle, en raison des différences entre les propriétés des différentes couches.

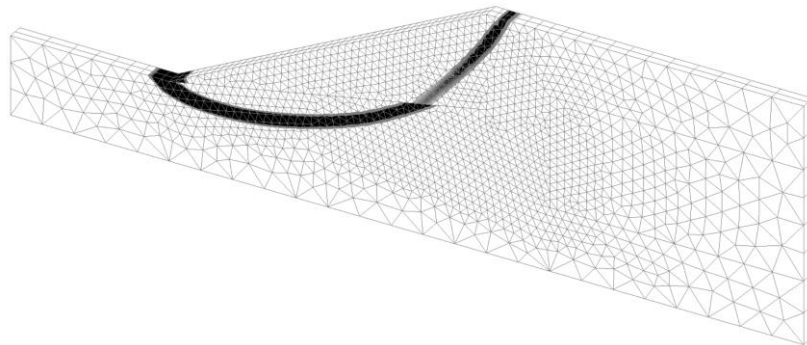


Figure 5. Isosurfaces des déformations plastiques - cas 3D du talus multi-couches

3.3. Talus avec nappe

L'originalité de cet exemple réside dans la prise en compte d'un écoulement dans la pente : il repose sur l'exemple 3 de Arai et Tagyo (1985).

Une approche simplifiée consiste à considérer que le niveau de la nappe est défini par une ligne tracée par l'utilisateur et que le gradient de pression dans la direction verticale est

égal au poids volumique de l'eau. Cette approche est notée WTB (pour Water TaBle) dans ce qui suit.

Une approche plus complète consiste à calculer numériquement le champ de pression au moyen d'un calcul auxiliaire, et à le prendre en compte dans le calcul de stabilité. Cette approche est notée HYD pour indiquer que l'on a effectué un calcul hydraulique préalable. Les conditions aux limites nécessaires pour définir les problèmes hydraulique et mécanique sont données sur la figure 6.

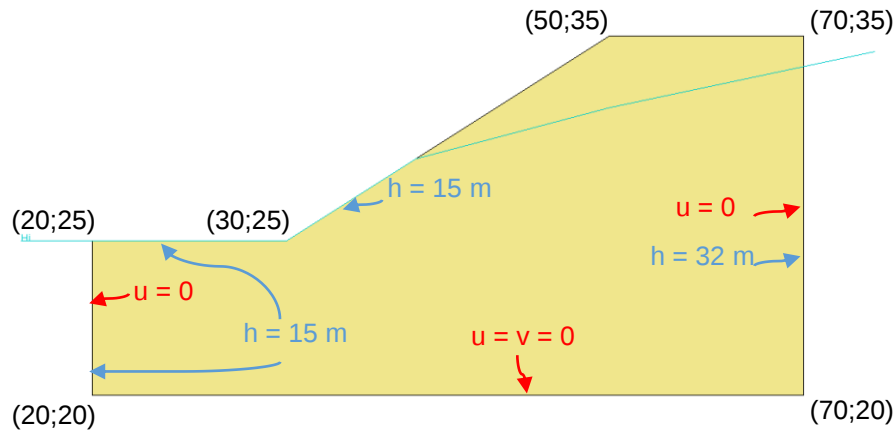


Figure 6. Stabilité d'un talus en présence de nappe

Tableau IV. Données hydrauliques et mécaniques

Perméabilités	Kx (m/s)		Ky (m/s)		Kxy (m/s)	
	10 ⁻⁵		10 ⁻⁵		0	
Caractéristiques mécaniques	ρ (kg/m ³)	E (MPa)	ν (-)	c (kPa)	ϕ (°)	ψ (°)
	18,82	100	0,3	42	15	0
						γ' (kN/m ²)
						10

Le tableau V donne le facteur de sécurité calculé par Arai et Tagyo (1985) et ceux obtenus avec CESAR, en 2D et en 3D, pour les deux approches proposées. On note un très bon accord entre les différents résultats, ce qui valide le fonctionnement global de la réduction de résistance en présence de nappe et montre que l'approche simplifiée WTB (qui consiste à considérer que l'écoulement de l'eau est pratiquement horizontal) est suffisante dans ce cas.

L'approche HYD, validée pour cet exemple, pourra aussi être utilisée pour calculer la stabilité d'ouvrages en terre lors de rabattement de nappe ou de vidanges de réservoir.

Tableau V. Facteurs de sécurité pour le talus en présence d'une nappe

Arai & Tagyo (1985)	WTB – 2D	HYD – 2D	WTB – 3D	HYD – 3D
1.110	1.100	1.105	1.095	1.100

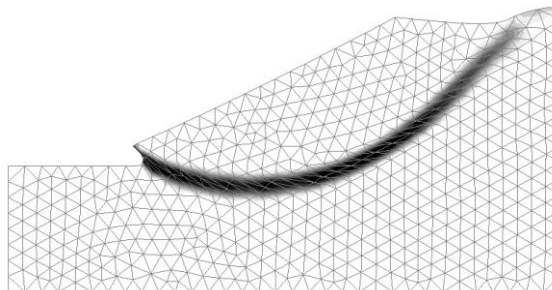


Figure 7. Isosurfaces des déformations plastiques - talus avec prise en compte d'un écoulement

4. Conclusions et perspectives

Cette communication précise la façon dont la méthode de réduction de résistance est implémentée dans CESAR. Elle illustre aussi les capacités de la méthode à traiter des problèmes complexes qui seraient difficiles à aborder avec les méthodes traditionnelles, parce que la forme du mécanisme de rupture peut être difficile à anticiper, et à prendre en compte un écoulement dans la pente. Bien que la méthode reste majoritairement utilisée en 2D, on a également vérifié sur les différents exemples présentés le bon fonctionnement du code en 3D.

L'implémentation de la méthode de réduction de c et ϕ dans CESAR donne de bons résultats pour les différents exemples présentés ici. Différentes évolutions peuvent être envisagées :

- la technique est robuste, mais on pourrait chercher à améliorer ses performances, qui sont pénalisées par le fait qu'on utilise un double processus itératif ;
- on peut également envisager d'adapter le code pour pouvoir réduire les caractéristiques de résistance seulement dans certaines zones du maillage, pour tenir compte du fait que, dans le cas d'un mur de soutènement, la réduction de c et $\tan \phi$ dans tout le massif de sol produit une augmentation très forte de la poussée alors que la butée est peu diminuée (Magnan et Meyer, 2018) ; cette évolution sera disponible très prochainement dans CESAR.

5. Références

- Arai K et Tagyo K (1985). Determination of noncircular slip surface giving the minimum factor of safety in slope stability analysis, *Soils and Foundations*. Vol.25, No.1, pp.43-51.
- Griffiths DV et Lane PA (1999). Slope stability analysis by finite elements, *Géotechnique* 49, No 3, pp. 387-403.
- Arbeitskreis 1. 6 "Numerik in der Geotechnik" der Deutschen Gesellschaft für Geotechnik (DGGT) (2019). Berechnung der Standsicherheit mit der FEM durch Reduzierung der Festigkeitsparameter, *Geotechnik* 2, 2019, pp. 88-97.
- CESAR (2020). Manuel de référence du solveur. Université Gustave Eiffel.
- Giam PSK et Donald IB (1989). Example problems for testing soil slope stability programs. Civil Engineering Research Report No. 8/1989, Monash University, ISBN 0867469218, ISSN 01556282.
- Magnan JP et Meyer G (2018). Domaines d'application de la réduction de c et ϕ dans les études géotechniques. JNGG 2018.
- Perau E et Schneider U (2009) Nachweise zur Standsicherheit von Dammböschungen - Ein Vergleich zwischen klassischen Verfahren und der FEM, *Sicherung von Dämmen, Deichen und Stauanlagen, Handbuch für Theorie und Praxis*, vol. III, 265-288.
- RS2 (2020). Slope Stability Verification Manual Part I. Rocscience.